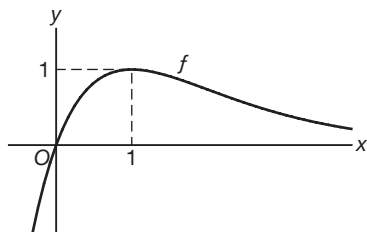


13 Afgeleide en tweede afgeleide

- 14 a** $f(x) = xe^{-x+1}$ geeft $f'(x) = 1 \cdot e^{-x+1} + x \cdot e^{-x+1} \cdot -1 = (1-x)e^{-x+1}$
 $f'(x) = 0$ geeft $(1-x)e^{-x+1} = 0$
 $1-x=0$
 $x=1$



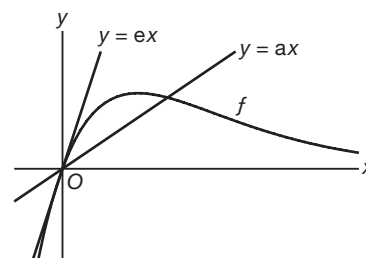
max. is $f(1) = 1$

$$B_f = \langle \leftarrow, 1 \rangle$$

- b** $f''(x) = -1 \cdot e^{-x+1} + (1-x)e^{-x+1} \cdot -1 = (-2+x)e^{-x+1}$
 $f''(x) = 0$ geeft $(-2+x)e^{-x+1} = 0$
 $-2+x=0$
 $x=2$

$$f(2) = 2e^{-1} = \frac{2}{e} \text{ dus het buigpunt is } \left(2, \frac{2}{e} \right).$$

- c** $f'(0) = e$
 Zie de figuur.
 $xe^{-x+1} = ax$ heeft één oplossing voor $a \leq 0 \vee a = e$.



- d** $y = b(x+1)$ heeft richtingscoëfficiënt b en gaat door $(-1, 0)$.
 Er zijn twee raaklijnen van de grafiek die door $(-1, 0)$ gaan.
 De x -coördinaten van deze raakpunten volgen uit

$$f'(x) = \frac{f(x)}{x+1}$$

$$(1-x)e^{-x+1} = \frac{xe^{-x+1}}{x+1}$$

$$(1-x)(x+1) = x$$

Voer in $y_1 = (1-x)(x+1)$ en $y_2 = x$.

De optie intersect geeft $x \approx 0,62$ en $x \approx -1,62$.

$$rc_{\text{raaklijn 1}} \approx f'(0,62) \approx 0,56$$

$$rc_{\text{raaklijn 2}} \approx f'(-1,62) \approx 35,89$$

Aflezen: $xe^{-x+1} = b(x+1)$ heeft geen oplossing voor $0,56 < b < 35,89$.

- e** Raaklijn door $C(c, 0)$ dus de x -coördinaat van het raakpunt volgt uit $f'(x) = \frac{f(x)}{x-c}$.

$$(1-x)e^{-x+1} = \frac{xe^{-x+1}}{x-c}$$

$$(1-x)(x-c) = x$$

$$x-c-x^2+cx = x$$

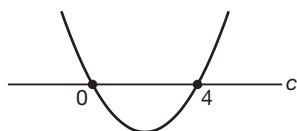
$$x^2 - cx + c = 0$$

De vergelijking heeft oplossingen dus $D \geq 0$

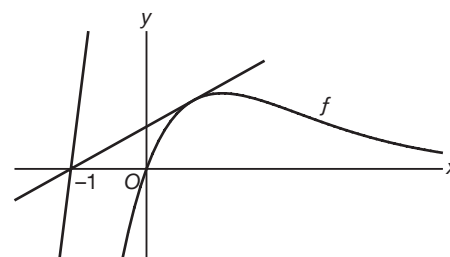
$$(-c)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c \geq 0$$

$$c^2 - 4c \geq 0$$

$$c(c-4) \geq 0$$



Dus $c \leq 0 \vee c \geq 4$.



15 a $f_a(x) = x^3 - 4x^2 + a$ geeft $f'_a(x) = 3x^2 - 8x$ en $f''_a(x) = 6x - 8$.

$$f'_a(x) = 0 \text{ geeft } 6x - 8 = 0$$

$$6x = 8$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$rc_{\text{buigraaklijn}} = f'\left(\frac{4}{3}\right) = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 8 \cdot \frac{4}{3} = -5\frac{1}{3}$$

Buigraaklijn door O , dus de vergelijking is $y = -5\frac{1}{3}x$.

De y -coördinaat van het buigpunt is $y = -5\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = -7\frac{1}{9}$.

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = -7\frac{1}{9} \text{ geeft } \left(\frac{4}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 + a = -7\frac{1}{9}$$

$$a = -7\frac{1}{9} - \frac{64}{27} + 4 \cdot \frac{16}{9} = -\frac{64}{27}$$

b $f'_a(1) = 3 - 8 = -5 < 0$

$$f''_a(1) = 6 - 8 = -2 < 0$$

In A is de grafiek toenemend dalend.

16 De groeisnelheid is maximaal als $h''(t) = 0$.

$$h(t) = \frac{250}{1 + 20e^{-0,5t}}$$

$$h'(t) = \frac{(1 + 20e^{-0,5t}) \cdot 0 - 250 \cdot 20e^{-0,5t} \cdot -0,5}{(1 + 20e^{-0,5t})^2} = \frac{2500e^{-0,5t}}{(1 + 20e^{-0,5t})^2}$$

$$h''(t) = \frac{(1 + 20e^{-0,5t})^2 \cdot 2500e^{-0,5t} \cdot -0,5 - 2500e^{-0,5t} \cdot 2(1 + 20e^{-0,5t}) \cdot 20e^{-0,5t} \cdot -0,5}{(1 + 20e^{-0,5t})^4}$$

$$= \frac{(1 + 20e^{-0,5t}) \cdot -1250e^{-0,5t} - 2500e^{-0,5t} \cdot 2 \cdot 20e^{-0,5t} \cdot -0,5}{(1 + 20e^{-0,5t})^3}$$

$$= \frac{(-1250 - 25000e^{-0,5t} + 50000e^{-0,5t})e^{-0,5t}}{(1 + 20e^{-0,5t})^3}$$

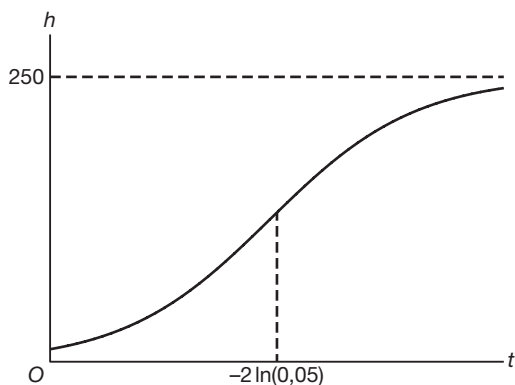
$$= \frac{(25000e^{-0,5t} - 1250)e^{-0,5t}}{(1 + 20e^{-0,5t})^3}$$

$$h''(t) = 0 \text{ geeft } 25000e^{-0,5t} - 1250 = 0$$

$$e^{-0,5t} = 0,05$$

$$-0,5t = \ln(0,05)$$

$$t = -2 \ln(0,05)$$



De groeisnelheid is maximaal na $-2 \ln(0,05) \approx 6$ weken.

- 17 a** $s(0) = 0$ en $s(10) = \frac{1}{2} \cdot 10^2 + 5\sqrt{100} = 100$, dus de gemiddelde snelheid op $[0, 10]$ is $\frac{100}{10} = 10$ m/s.

$$s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5\sqrt{10t} \text{ geeft } v(t) = t + 5 \cdot \frac{1}{2\sqrt{10t}} \cdot 10 = t + \frac{25}{\sqrt{10t}}$$

$$\text{Los op } t + \frac{25}{\sqrt{10t}} = 10.$$

$$\text{Voer in } y_1 = x + \frac{25}{\sqrt{10x}} \text{ en } y_2 = 10.$$

De optie intersect geeft $x \approx 0,73$ en $x \approx 7,02$.

Dus voor $t \approx 0,73$ en $t \approx 7,02$.

b $\frac{d}{dt}(v(t)) = [t + 25 \cdot (10t)^{-\frac{1}{2}}]' = 1 + 25 \cdot -\frac{1}{2}(10t)^{-\frac{1}{2}} \cdot 10 = 1 - \frac{125}{10t\sqrt{10t}}$

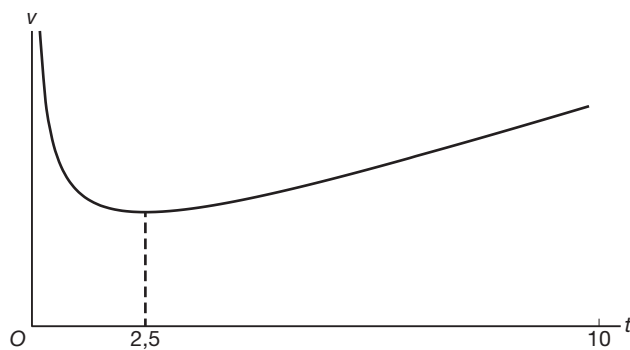
$$\frac{d}{dt}(v(t)) = 0 \text{ geeft } \frac{125}{10t\sqrt{10t}} = 1$$

$$10t\sqrt{10t} = 125$$

$$(10t)^{\frac{3}{2}} = 125$$

$$10t = 125^{\frac{2}{3}} = (5^3)^{\frac{2}{3}} = 5^2 = 25$$

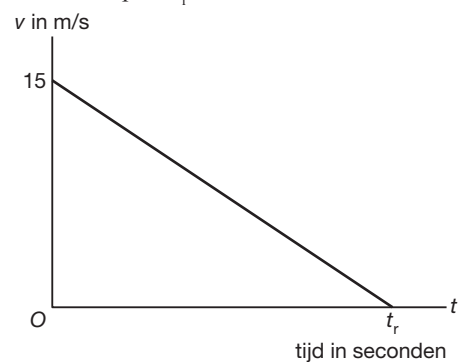
$$t = 2,5$$



De minimale snelheid is $v(2,5) = 2,5 + \frac{25}{\sqrt{25}} = 7,5$ m/s = 27 km/uur.

- 18 a** 54 km/uur = 15 m/s

De versnelling is constant dus de snelheid neemt lineair af van 15 m/s op $t = 0$ tot 0 m/s op $t = t_r$.



$$\text{Er geldt } \frac{1}{2} \cdot t_r \cdot 15 = 40$$

$$t_r = 5\frac{1}{3}$$

De versnelling is $-\frac{15}{5\frac{1}{3}} = -2\frac{13}{16}$ m/s².

- b Stel de versnelling van de wielrenner is $a \text{ m/s}^2$.
 $a(t) = a$ geeft $v(t) = at + v(0) = at + 15$ en $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + 15t$.
 Voor de auto geldt $s(t) = 1\frac{2}{3}t + 40$, want $s(0) = 40$ en $6 \text{ km/uur} = 1\frac{2}{3} \text{ m/s}$.

Bij een botsing geldt $\frac{1}{2}at^2 + 15t = 1\frac{2}{3}t + 40$

$$\frac{1}{2}at^2 + 13\frac{1}{3}t - 40 = 0$$

$$3at^2 + 80t - 240 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Er is geen botsing als } D < 0. \\ D = 6400 + 2880a \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6400 + 2880a < 0 \\ 2880a < -6400 \\ a < -2\frac{2}{9} \end{array}$$

Dus voor $a = -2,5$ is er geen botsing.

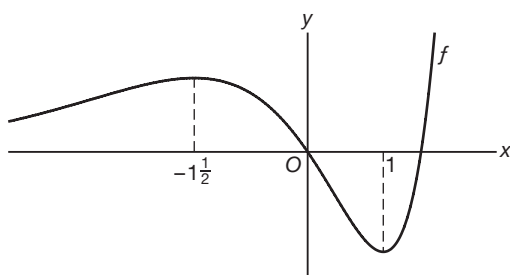
De wielrenner kan dus op tijd stoppen.

19 a $f(x) = (x^2 - 1\frac{1}{2}x)e^x$ geeft $f'(x) = (2x - 1\frac{1}{2})e^x + (x^2 - 1\frac{1}{2}x)e^x = (x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2})e^x$

$$f'(x) = 0 \text{ geeft } x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2} = 0$$

$$(x-1)(x+1\frac{1}{2}) = 0$$

$$x = 1 \vee x = -1\frac{1}{2}$$



$$\text{max. is } f(-1\frac{1}{2}) = 4\frac{1}{2}e^{-1\frac{1}{2}} = \frac{9}{2e\sqrt{e}}$$

$$\text{min. is } f(1) = -\frac{1}{2}e^1 = -\frac{1}{2}e$$

b $f''(x) = (2x + \frac{1}{2})e^x + (x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2})e^x = (x^2 + 2\frac{1}{2}x - 1)e^x$

$$f''(x) = 0 \text{ geeft } x^2 + 2\frac{1}{2}x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 5x - 2 = 0 \quad D = 41$$

$$x = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} \vee x = \frac{-5 + \sqrt{41}}{4}$$

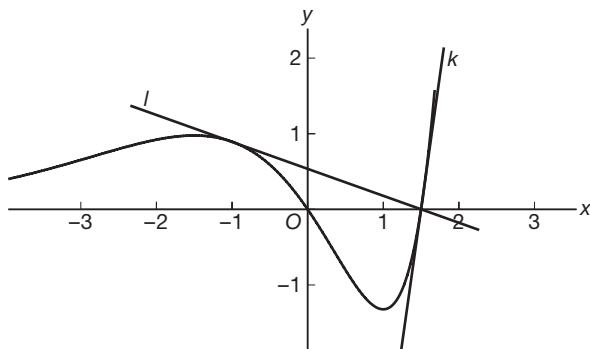
De x -coördinaten van de buigpunten zijn $\frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$ en $\frac{-5 + \sqrt{41}}{4}$.

c $f'(0) = -1\frac{1}{2}e^0 = -1\frac{1}{2} < 0$

$$f''(0) = -e^0 = -1 < 0$$

Dus toenemend dalend.

d



$f(1\frac{1}{2}) = 0$ dus $(1\frac{1}{2}, 0)$ ligt op de grafiek van f .

$$f'(1\frac{1}{2}) = (2\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1\frac{1}{2})e^{1\frac{1}{2}} = 1\frac{1}{2}e\sqrt{e}$$

$$k: y = 1\frac{1}{2}e\sqrt{e}x + b \quad \left. \vphantom{y} \right\} 0 = 2\frac{1}{4}e\sqrt{e} + b$$

door $(1\frac{1}{2}, 0)$

$$-2\frac{1}{4}e\sqrt{e} = b$$

Dus $k: y = 1\frac{1}{2}e\sqrt{e}x - 2\frac{1}{4}e\sqrt{e}$ is de eerste gezochte lijn.

Raaklijn door $(1\frac{1}{2}, 0)$, dus de x -coördinaat van het raakpunt volgt uit $f'(x) = \frac{f(x)}{x - 1\frac{1}{2}}$.

$$(x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2})e^x = \frac{(x^2 - \frac{3}{2}x)e^x}{x - 1\frac{1}{2}}$$

$$\frac{x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}}{1} = \frac{x^2 - \frac{3}{2}x}{x - 1\frac{1}{2}}$$

$$(x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2})(x - 1\frac{1}{2}) = x^2 - \frac{3}{2}x$$

$$(x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2})(x - 1\frac{1}{2}) = x(x - 1\frac{1}{2})$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2} = x$$

$$x^2 - \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2} = 0$$

$$(x - 1\frac{1}{2})(x + 1) = 0$$

$$x = 1\frac{1}{2} \vee x = -1$$

v.n.

$$rc_l = f'(-1) = (1 - \frac{1}{2} - 1\frac{1}{2})e^{-1} = \frac{-1}{e}$$

$$l: y = \frac{-1}{e}x + b \quad \left. \vphantom{y} \right\} 0 = \frac{-1\frac{1}{2}}{e} + b$$

door $(1\frac{1}{2}, 0)$

$$\frac{3}{2e} = b$$

Dus $l: y = \frac{-1}{e}x + \frac{3}{2e}$ is de tweede gezochte raaklijn.

e Er geldt $f'(0) \cdot rc_m = -1$, dus $-1\frac{1}{2} \cdot rc_m = -1$

$$rc_m = \frac{2}{3}$$

Dus $m: y = \frac{2}{3}x$.

Voer in $y_1 = (x^2 - \frac{3}{2}x)e^x$ en $y_2 = \frac{2}{3}x$.

De optie intersect geeft $x \approx 1,63$ en $y \approx 1,09$ dus $B(1,63; 1,09)$.

20 a $f_2(x) = 2\sqrt{x} - \ln(x)$ geeft

$$f_2'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} = x^{-\frac{1}{2}} - x^{-1}$$

$$f_2''(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} + x^{-2} = \frac{-1}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$$

$$f_2''(x) = 0 \text{ geeft } \frac{-1}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

$$x^2 = 2x\sqrt{x}$$

$$x^4 = 4x^3$$

$$x^4 - 4x^3 = 0$$

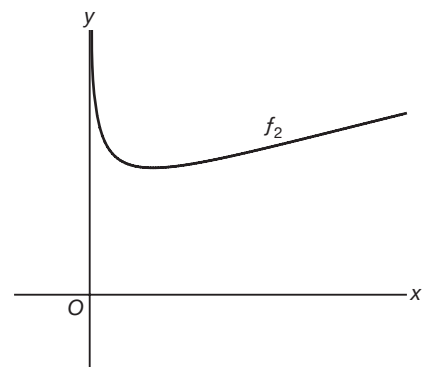
$$x^3(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 4$$

v.n.

$$f_2(4) = 4 - \ln(4)$$

Het buigpunt is $(4, 4 - \ln(4))$.



$$\text{b } f_p(x) = p\sqrt{x} - \ln(x) \text{ geeft } f'_p(x) = \frac{p}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$$

$$f'_p(x) = 0 \text{ geeft } \frac{p}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{p}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{x}$$

$$p = \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Substitutie van } p = \frac{2}{\sqrt{x}} \text{ in } y = p\sqrt{x} - \ln(x) \text{ geeft } y = \frac{2}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} - \ln(x)$$

$$y = 2 - \ln(x)$$

De toppen liggen op de grafiek van $y = 2 - \ln(x)$.

bladzijde 161

$$\text{21 a } f(x) = e^{-\frac{1}{2}x} \text{ geeft } f'(x) = -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x} \text{ en}$$

$$g_p(x) = p\sqrt{x} \text{ geeft } g'_p(x) = \frac{p}{2\sqrt{x}}$$

De grafieken van f en $g_p(x)$ raken als $f(x) = g_p(x) \wedge f'(x) = g'_p(x)$.

$$e^{-\frac{1}{2}x} = p\sqrt{x} \wedge -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x} = \frac{p}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{e^{-\frac{1}{2}x}}{\sqrt{x}} = p \wedge -e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \sqrt{x} = p$$

Dit stelsel heeft geen oplossingen omdat $\frac{e^{-\frac{1}{2}x}}{\sqrt{x}} > 0$ en $-e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \sqrt{x} \leq 0$.

Er is dus geen waarde van p waarvoor de grafieken elkaar raken.

b De grafieken van f en g_p snijden elkaar loodrecht, dus

$$f(x) = g_p(x) \wedge f'(x) \cdot g'_p(x) = -1$$

$$e^{-\frac{1}{2}x} = p\sqrt{x} \wedge -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \frac{p}{2\sqrt{x}} = -1$$

$$p = \frac{e^{-\frac{1}{2}x}}{\sqrt{x}} \wedge p = \frac{4\sqrt{x}}{e^{-\frac{1}{2}x}}$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{e^{-\frac{1}{2}x}}{\sqrt{x}} \text{ en } y_2 = \frac{4\sqrt{x}}{e^{-\frac{1}{2}x}}.$$

De optie intersect geeft $x \approx 0,2039$ en $y = 2$.

Dus voor $p = 2$ snijden de grafieken elkaar loodrecht.

Alternatieve uitwerking

De grafieken snijden elkaar loodrecht dus

$$f(x) = g_p(x) \wedge f'(x) \cdot g'_p(x) = -1$$

$$e^{-\frac{1}{2}x} = p\sqrt{x} \wedge -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \frac{p}{2\sqrt{x}} = -1$$

$$\text{Substitueren van } e^{-\frac{1}{2}x} = p\sqrt{x} \text{ in } -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \frac{p}{2\sqrt{x}} = -1 \text{ geeft}$$

$$-\frac{1}{2}p\sqrt{x} \cdot \frac{p}{2\sqrt{x}} = -1$$

$$\frac{-p^2}{4} = -1$$

$$p^2 = 4$$

$$p = -2 \vee p = 2$$

v.n.

Voor $p = 2$ snijden de grafieken elkaar loodrecht.

22 a $f_p(x) = pe^x$ geeft $f'_p(x) = pe^x$ en $g(x) = x \ln(x)$ geeft $g'(x) = 1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$

$$f_p(x) = g(x) \quad \wedge \quad f'_p(x) = g'(x)$$

$$pe^x = x \ln(x) \quad \wedge \quad pe^x = \ln(x) + 1$$

$$p = \frac{x \ln(x)}{e^x} \quad \wedge \quad p = \frac{\ln(x) + 1}{e^x}$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{x \ln(x)}{e^x} \text{ en } y_2 = \frac{\ln(x) + 1}{e^x}.$$

De optie intersect geeft $y \approx -0,27$ en $y \approx 0,19$.

Dus $p \approx -0,27$ en $p \approx 0,19$.

Alternatieve uitwerking

$$f_p(x) = g(x) \quad \wedge \quad f'_p(x) = g'(x)$$

$$pe^x = x \ln(x) \quad \wedge \quad pe^x = \ln(x) + 1$$

$$x \ln(x) = \ln(x) + 1$$

Voer in $y_1 = x \ln(x)$ en $y_2 = \ln(x) + 1$.

De optie intersect geeft $x \approx 0,26$ en $x \approx 2,24$.

Uit $pe^x = x \ln(x)$ volgt $p = \frac{x \ln(x)}{e^x}$.

$$\left. \begin{array}{l} x \approx 0,26 \\ p = \frac{x \ln(x)}{e^x} \end{array} \right\} p \approx -0,27$$

$$\left. \begin{array}{l} x \approx 2,24 \\ p = \frac{x \ln(x)}{e^x} \end{array} \right\} p \approx 0,19$$

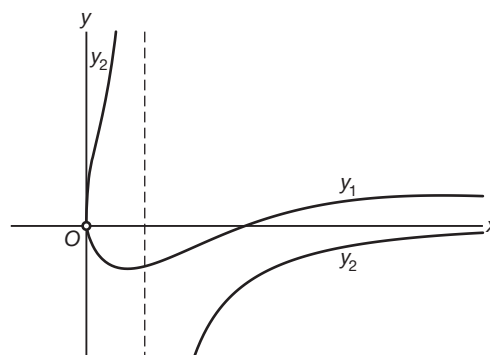
b $f_p(x) = g(x) \quad \wedge \quad f'_p(x) \cdot g'(x) = -1$

$$pe^x = x \ln(x) \quad \wedge \quad pe^x \cdot (1 + \ln(x)) = -1$$

$$p = \frac{x \ln(x)}{e^x} \quad \wedge \quad p = \frac{-1}{e^x(1 + \ln(x))}$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{x \ln(x)}{e^x} \text{ en } y_2 = \frac{-1}{e^x(1 + \ln(x))}.$$

De grafieken van y_1 en y_2 hebben geen gemeenschappelijke punten, dus er zijn geen waarden van p waarvoor de grafieken van f_p en g elkaar loodrecht snijden.



Alternatieve uitwerking

$$f_p(x) = g(x) \quad \wedge \quad f'_p(x) \cdot g'(x) = -1$$

$$pe^x = x \ln(x) \quad \wedge \quad pe^x \cdot (\ln(x) + 1) = -1$$

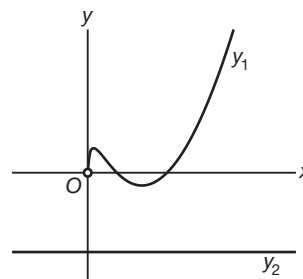
$$pe^x = x \ln(x) \quad \wedge \quad pe^x = \frac{-1}{\ln(x) + 1}$$

$$x \ln(x) = \frac{-1}{\ln(x) + 1}$$

$$x \ln(x) \cdot (\ln(x) + 1) = -1$$

Voer in $y_1 = x \ln(x) \cdot (\ln(x) + 1)$ en $y_2 = -1$.

$y_1 = y_2$ heeft geen oplossingen, dus er zijn geen waarden van p waarvoor de grafieken elkaar loodrecht snijden.



23 a $v(0) = 2 - 8e^0 = -6$ m/s

$$v(2) = 2 - 8e^{-4} \approx 1,85$$
 m/s

$$a_{\text{gem}} \approx \frac{1,85 - (-6)}{2} \approx 3,93$$
 m/s²

De gemiddelde versnelling gedurende de eerste twee seconden is 3,93 m/s².

b Op het diepste punt is de snelheid gelijk aan nul.

$$v(t) = 0 \text{ geeft } 2 - 8e^{-2t} = 0$$

$$8e^{-2t} = 2$$

$$e^{-2t} = \frac{1}{4}$$

$$-2t = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$t = -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$t = \ln\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}\right) = \ln(2)$$

De bal bereikt na $\ln(2)$ seconden het diepste punt.

$$\text{c} \quad \int_0^{\ln(2)} (2 - 8e^{-2t}) dt = [2t + 4e^{-2t}]_0^{\ln(2)} = (2 \ln(2) + 4e^{-2 \ln(2)}) - 4 = 2 \ln(2) + 1 - 4 \approx -1,61$$

De bal komt maximaal 161 cm diep.

bladzijde 162

24 a $f(x) = -0,01x^3 + 0,1x^2 + x$ geeft $f'(x) = -0,03x^2 + 0,2x + 1$

$$f'(0) = 1, \text{ dus de raaklijn in } O \text{ is } y = x.$$

$$f'(x) = 0 \text{ geeft } -0,03x^2 + 0,2x + 1 = 0$$

$$x^2 - 6\frac{2}{3}x - 33\frac{1}{3} = 0$$

$$(x + 3\frac{1}{3})(x - 10) = 0$$

$$x = -3\frac{1}{3} \vee x = 10$$

$$f(10) = -0,01 \cdot 10^3 + 0,1 \cdot 10^2 + 10 = 10, \text{ dus de top } (10, 10) \text{ ligt op de raaklijn } y = x.$$

b De lijn AP heeft de grootste richtingscoëfficiënt als de lijn AP raaklijn van de grafiek is,

$$\text{dus als geldt } f'(x) = \frac{f(x) - 4}{x - 0}.$$

$$\text{Dit geeft } -0,03x^2 + 0,2x + 1 = \frac{-0,01x^3 + 0,1x^2 + x - 4}{x}.$$

$$\text{Voer in } y_1 = -0,03x^2 + 0,2x + 1 \text{ en } y_2 = \frac{-0,01x^3 + 0,1x^2 + x - 4}{x}.$$

De optie intersect geeft $x \approx 8,1$, dus $x_p \approx 8,1$.

25 a $f(x) = g(x)$ geeft $x^2 = 3\sqrt{x}$

$$\text{kwadrateren geeft } x^4 = 9x$$

$$x = 0 \vee x^3 = 9$$

$$x = 0 \vee x = \sqrt[3]{9}$$

$$O(V) = \int_0^{\sqrt[3]{9}} (3\sqrt{x} - x^2) dx = \int_0^{\sqrt[3]{9}} (3x^{\frac{1}{2}} - x^2) dx = [2x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}x^3]_0^{\sqrt[3]{9}} = 2 \cdot (\sqrt[3]{9})^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}(\sqrt[3]{9})^3 - (0 - 0)$$

$$= 2(3^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}(3^{\frac{2}{3}})^3 = 2 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3^2 = 6 - 3 = 3$$

b Er moet gelden $g(a) = 2f(a)$, dus $3\sqrt{a} = 2a^2$ kwadrateren geeft $9a = 4a^4$

$$a = 0 \vee a^3 = 2\frac{1}{4}$$

$$a = 0 \vee a = \sqrt[3]{2\frac{1}{4}}$$

$$\text{Dus voor } a = \sqrt[3]{2\frac{1}{4}}.$$

c Er moet gelden $f'(x) = g'(x)$, dus $2x = \frac{3}{2\sqrt{x}}$.

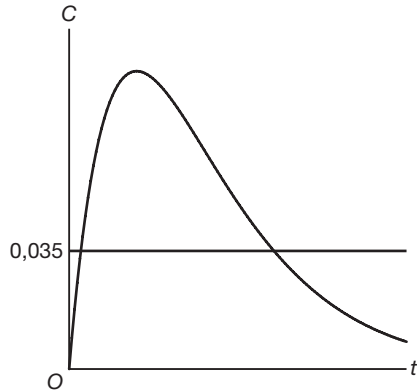
$$\text{Voer in } y_1 = 2x \text{ en } y_2 = \frac{3}{2\sqrt{x}}.$$

De optie intersect geeft $x \approx 0,82548$.

De grafiek van f moet $g(0,82548) - f(0,82548)$ omhoog worden geschoven.

Dat is ongeveer 2,04.

- 26 a** Los op $0,12te^{-0,5t} > 0,035$.
 Voer in $y_1 = 0,12xe^{-0,5x}$ en $y_2 = 0,035$.
 De optie intersect geeft $x \approx 0,3469$ en $x \approx 6,0715$.



- Het duurt $6,0715 - 0,3469 = 5,7246$ uur ≈ 5 uur en 43 minuten.
- b** $C(t) = 0,12te^{-0,5t}$ geeft
 $C'(t) = 0,12e^{-0,5t} + 0,12t \cdot e^{-0,5t} \cdot -0,5 = 0,12e^{-0,5t}(1 - 0,5t) = 0,12(1 - 0,5t)e^{-0,5t}$
- c** Sterkste afname als $C''(t) = 0$.
 $C''(t) = -0,06e^{-0,5t} + 0,12(1 - 0,5t)e^{-0,5t} \cdot -0,5$
 $= -0,06e^{-0,5t} + (-0,06 + 0,03t)e^{-0,5t}$
 $= (0,03t - 0,12)e^{-0,5t}$
 $C''(t) = 0$ geeft $0,03t - 0,12 = 0$
 $0,03t = 0,12$
 $t = 4$
- Dus 4 uur na het toedienen.
- d** Het hoogste maximum binnen 24 uur is op het tijdsinterval $[18, 24]$,
 dus bekijk $C^*(t) = C(t) + C(t-6) + C(t-12) + C(t-18)$.
 Voer in $y_1 = 0,12xe^{-0,5x} + 0,12(x-6)e^{-0,5(x-6)} + 0,12(x-12)e^{-0,5(x-12)} + 0,12(x-18)e^{-0,5(x-18)}$.
 De optie maximum op $[18, 24]$ geeft $x \approx 19,7$ en $y \approx 0,1087$.
 De concentratie komt dus niet boven de $0,11 \text{ mg/cm}^3$.