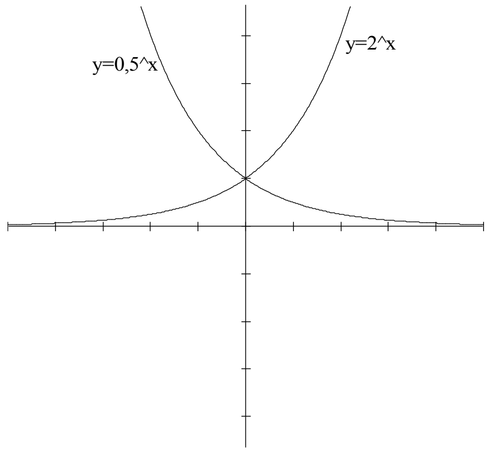
Uitwerkingen wi vwo B2 H5 Exponenten en logaritmen

1. $f(x) = 2^x$ en $g(x) = 0{,}5^x$

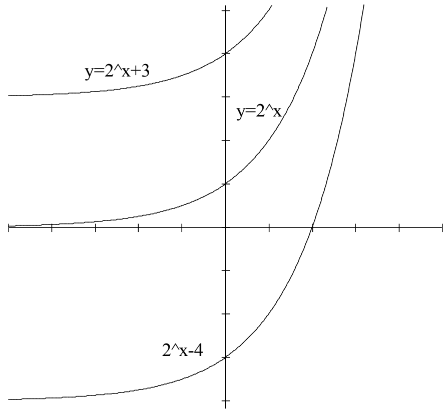


a. f en g zijn elkaars spiegelbeeld t.o.v.de y-as.

b. f en g hebben allebei de x-as als horizontale asymptoot.

c. $B_f = B_g = \langle 0 , \rightarrow \rangle$

2. $y_1 = 2^x$; $y_2 = 2^x + 3$; $y_3 = 2^x - 4$; $y_4 = 2^{x+2}$; $y_5 = 2^{x-5}$ en $y_6 = 3 \,.\, 2^x$



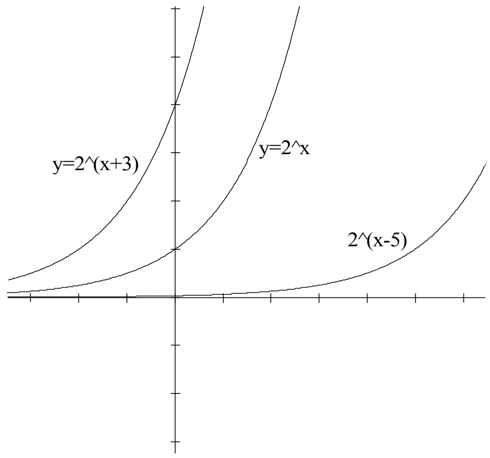
a. $2^x \xrightarrow{T(0,3)} 2^x + 3$

$2^x \xrightarrow{T(0,-4)} 2^x - 4$

b.

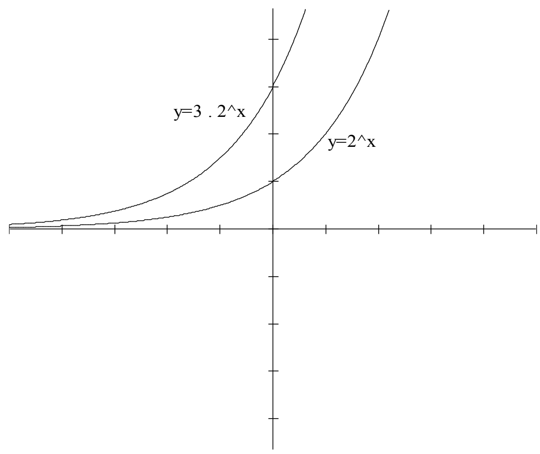
$2^x \xrightarrow{T(-2,0)} 2^{x+2}$

$2^x \xrightarrow{T(5,0)} 2^{x-5}$

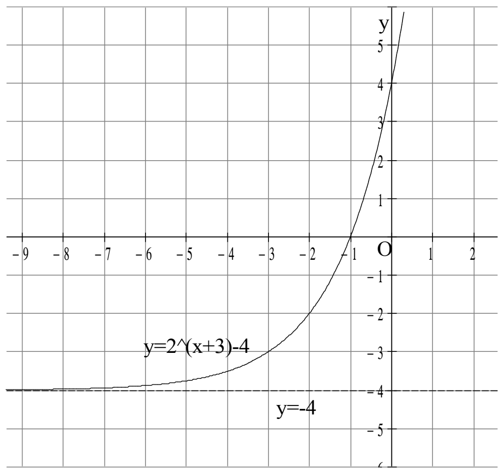


c.

$y_1 = 2^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. de x-as,3}} y_6 = 3 \,.\, 2^x$



3. $f(x) = 2^{x+3} - 4$



a. $y = 2^x \xrightarrow{T(-3,-4)} y = 2^{x+3} - 4$

b. $B_f = \langle -4, \rightarrow \rangle$

c. Voer in in GR: $y_1 = 2^{x+3} - 4$ en $y_2 = 2$
Met intersect vinden we $x \approx -0{,}42$
Alezen uit grafiek $\Rightarrow$ $x \leq -0{,}42$

d. $f(3) = 60$ als $x \leq 3$ dan $-4 < f(x) \leq 60$

4.

a. $y = 3^x \xrightarrow{T(1,5)} y = 3^{x-1} + 5 \Rightarrow$ H.A. $y = 5$

b. $y = 3^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. x-as,5}} y = 5.3^x \xrightarrow{T(-1,0)} y = 5.3^{x+1} \Rightarrow$ H.A. $y = 0$

c. $y = 3^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. x-as,4}} y = 4.3^x \xrightarrow{T(0,-7)} y = 4.3^x - 7 \Rightarrow$ H.A. $y = -7$

d. $y = 0{,}5^x \xrightarrow{\text{verm. t.o.v. x-as,-2}} y = -2.0{,}5^x \xrightarrow{T(0,+3)} y = -2.0{,}5^x + 3 \Rightarrow$ H.A. $y = 3$

5.

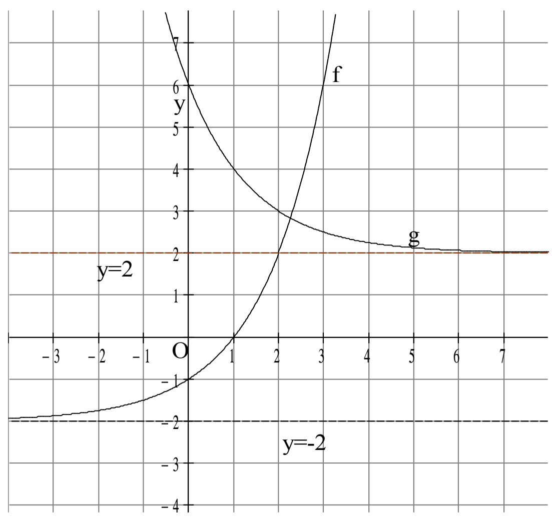
a. $N = 8.1{,}5^t - 6 \Rightarrow$ T(0,-6) $\Rightarrow$ H.A. $N = -6$

b. $N = 5 - 2.0{,}8^{t-3} \Rightarrow$ T(3,5) $\Rightarrow$ H.A. $N = 5$

c. $N = 1000 - 0{,}3^{t-1} \Rightarrow$ T(1,1000) $\Rightarrow$ H.A. $N = 1000$

d. $N = 1000(1 - 0{,}3^t) = 1000 - 1000.0{,}3^t \Rightarrow$ T(0,1000) $\Rightarrow$ H.A. $N = 1000$

6. $f(x) = 2^x - 2$ en $g(x) = (0{,}5)^{x-2} + 2$



a. $y = 2^x \xrightarrow{T(0,-2)} y = 2^x - 2$
$y = 0{,}5^x \xrightarrow{T(2,2)} y = 0{,}5^{x-2} + 2$

b.

x	0	1	2	4
f(x)	-1	0	2	14
g(x)	6	4	3	2,3

c. $B_f = \langle -2, \rightarrow \rangle$ en $B_g = \langle 2, \rightarrow \rangle$

d. g(4) = 2,25 aflezen uit de grafiek $\Rightarrow$
als $x \geq 4$ dan $2 < g(x) \leq 2{,}25$

e. Met intersect vinden we het snijpunt bij $x \approx 2{,}27$
Nu aflezen uit de grafiek $\Rightarrow$ $f(x) \leq g(x)$ voor $x \leq 2{,}27$

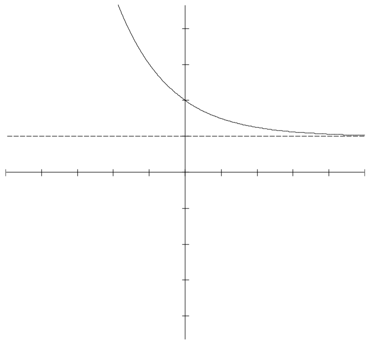
f. $f(x) = p$ heeft geen oplossingen $\Rightarrow p \leq -2$

g. $x = 3$ snijden met f en g $\Rightarrow$ A(3 , 6) en B(3 ; 2,5) $\Rightarrow$ AB = 6 – 2,5 = 3,5

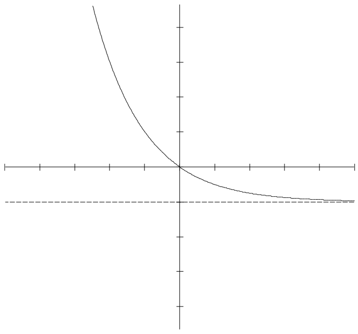
h. $y = 7$ invoeren in GR m.b.v. intersect vinden we C(3,170 ; 7) en D(-0,322 ; 7) $\Rightarrow$
CD = 3,170 – (-0,322) ≈ 3,49

7. $y = a.g^x + b$

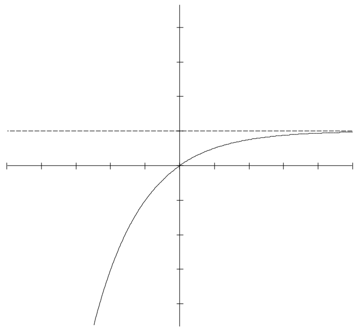
a. a> 0 en b > 0 en 0 < g < 1



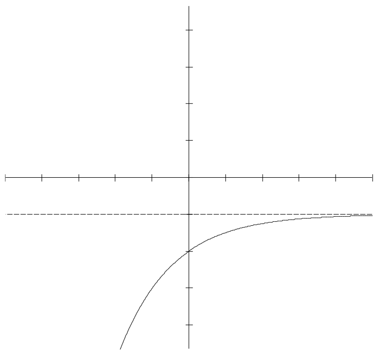
b. a> 0 en b < 0 en 0 < g < 1



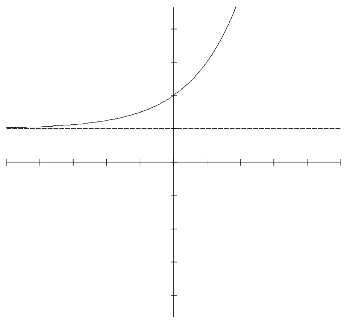
c. a< 0 en b > 0 en 0 < g < 1



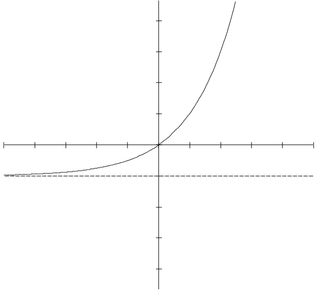
d. a< 0 en b < 0 en 0 < g < 1



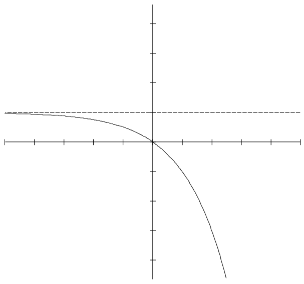
e. a > 0 en b > 0 en g > 1



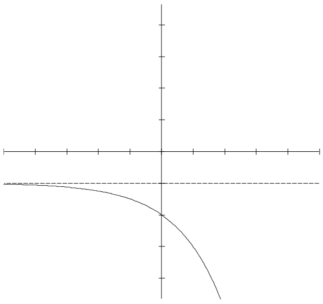
f. a > 0 en b > 0 en g > 1



g. a < 0 en b > 0 en g > 1



h. a < 0 en b < 0 en g > 1



8.

a.
$$2^{x+1} = 64$$
$$2^{x+1} = 2^6$$
$$x + 1 = 6$$
$$x = 5$$

b.
$$2^{x-3} = \tfrac{1}{8}$$
$$2^{x-3} = 2^{-3}$$
$$x - 3 = -3$$
$$x = 0$$

c.
$$3^{4x-1} = \tfrac{1}{27}\sqrt{3}$$
$$3^{4x-1} = 3^{-3}.3^{\frac{1}{2}}$$
$$3^{4x-1} = 3^{-2,5}$$
$$4x - 1 = -2,5$$
$$4x = -1,5$$
$$x = -\tfrac{3}{8}$$

d.
$$5^{-x+6} = 625$$
$$5^{-x+6} = 5^4$$
$$-x + 6 = 4$$
$$-x = -2$$
$$x = 2$$

e.
$$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 2 = 25$$
$$3^{-x} = 27$$
$$3^{-x} = 3^3$$
$$x = -3$$

f.
$$5.\left(\frac{1}{2}\right)^x + 11 = 91$$
$$5.2^{-x} = 80$$
$$2^{-x} = 16$$
$$2^{-x} = 2^4$$
$$x = -4$$

g.
$$2^{x+3} = \sqrt{2}$$
$$2^{x+3} = 2^{0,5}$$
$$x + 3 = 0,5$$
$$x = -2,5$$

h.
$$3^{x+2} = 9\sqrt{3}$$
$$3^{x+2} = 3^2.3^{0,5}$$
$$3^{x+2} = 3^{2,5}$$
$$x + 2 = 2,5$$
$$x = 0,5$$

i.
$$4^{2x-1} = 64$$
$$4^{2x-1} = 4^3$$
$$2x - 1 = 3$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

9\. a.

$$2^{3x+5} = 16\sqrt{2}$$
$$2^{3x+5} = 2^4.2^{\frac{1}{2}}$$
$$2^{3x+5} = 2^{4,5}$$
$$3x + 5 = 4,5$$
$$3x = -0,5$$
$$x = -\tfrac{1}{6}$$

b.

$$3^{4x} = \tfrac{1}{81}.\sqrt[4]{9}$$
$$3^{4x} = 3^{-4}.3^{\frac{2}{4}}$$
$$3^{4x} = 3^{-3,5}$$
$$4x = -3,5$$
$$x = -\tfrac{7}{8}$$

c.

$$3.5^{2x-1} = 0,6$$
$$5^{2x-1} = 0,2$$
$$5^{2x-1} = \tfrac{1}{5}$$
$$5^{2x-1} = 5^{-1}$$
$$2x - 1 = -1$$
$$2x = 0$$
$$x = 0$$

d.

$$3^{3x-3} = \tfrac{1}{3}.\sqrt[4]{3}$$
$$3^{3x-3} = 3^{-1}.3^{\frac{1}{4}}$$
$$3^{3x-3} = 3^{-\frac{3}{4}}$$
$$3x - 3 = -\tfrac{3}{4}$$
$$3x = 2\tfrac{1}{4}$$
$$3x = \tfrac{9}{4}$$
$$x = \tfrac{3}{4}$$

e.

$$3.\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 1 = -0,25$$
$$3.2^{-(x-1)} = \tfrac{3}{4}$$
$$2^{-x+1} = \tfrac{1}{4}$$
$$2^{-x+1} = 2^{-2}$$
$$-x + 1 = -2$$
$$x = 3$$

f.

$$3.5^{2x+1} = 75.\sqrt{5}$$
$$5^{2x+1} = 25.\sqrt{5}$$
$$5^{2x+1} = 5^2.5^{\frac{1}{2}}$$
$$5^{2x+1} = 5^{2,5}$$
$$2x + 1 = 2,5$$
$$2x = 1,5$$
$$x = \tfrac{3}{4}$$

g.

$$2^{4x-1} = 2^{2x-3}$$
$$4x - 1 = 2x - 3$$
$$2x = -2$$
$$x = -1$$

h.

$$3^{x^2} = 3^{x+6}$$
$$x^2 = x + 6$$
$$x^2 - x - 6 = 0$$
$$(x-3)(x+2) = 0$$
$$x = 3 \vee x = -2$$

i.

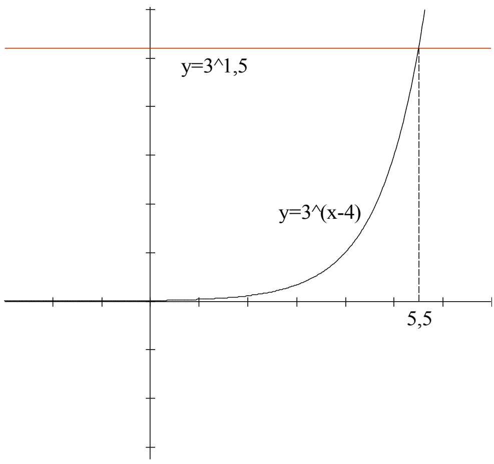
$$4^{|2x+1|} = 16$$
$$4^{|2x+1|} = 4^2$$
$$|2x+1| = 2$$
$$2x + 1 = 2 \vee 2x + 1 = -2$$
$$2x = 1 \vee 2x = -3$$
$$x = 0,5 \vee x = -1,5$$

10\.

a. $3^{x-4} < 3.\sqrt{3}$

snijpunt:

$$3^{x-4} = 3.\sqrt{3}$$
$$3^{x-4} = 3^1.3^{0,5}$$
$$3^{x-4} = 3^{1,5}$$
$$x - 4 = 1,5$$
$$x = 5,5$$

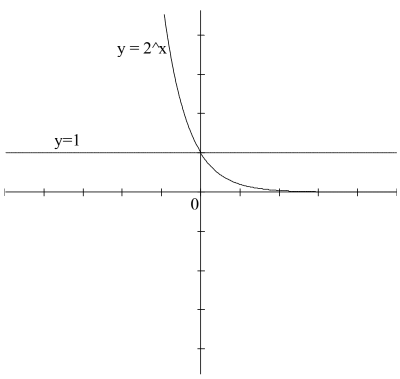


Aflezen uit grafiek $\Rightarrow$ $3^{x-4} < 3.\sqrt{3}$ voor $x < 5,5$

b. $0,2^x + 5 \geq 6 \Leftrightarrow 0,2^x \geq 1$

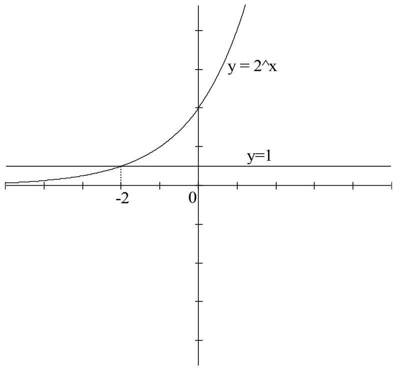
snijpunt:

$0,2^x = 1 \Leftrightarrow$ x=0



Aflezen uit grafiek:
$0{,}2^x + 5 \geq 6 \Leftrightarrow 0{,}2^x \geq 1$ voor $x \leq 0$

c. $5 - 2^{x+1} > 4{,}5 \Leftrightarrow -2^{x+1} > -0{,}5$
$\Leftrightarrow 2^{x+1} < 0{,}5$



snijpunt: $2^{x+1} = 0{,}5 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^{-1}$
$\Leftrightarrow x+1 = -1 \Leftrightarrow x = -2$

Aflezen uit grafiek:
$2^{x+1} < 0{,}5 \Leftrightarrow x < -2$

11. $2^{4x-1} = 4^{x-3} \Leftrightarrow 2^{4x-1} = \left(2^2\right)^{x-3} \Leftrightarrow 2^{4x-1} = 2^{2x-6} \Leftrightarrow 4x - 1 = 2x - 6 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -2{,}5$

12ab. $2^{x+1} + 2^x = 48 \Leftrightarrow 2^x.2^1 + 2^x = 48 \Leftrightarrow 2.2^x + 1.2^x = 48 \Leftrightarrow 3.2^x = 48 \Leftrightarrow 2^x = 16 \Leftrightarrow 2^x = 2^4 \Leftrightarrow x = 4$

13.

a. $2^{x+1} = 4^{3x+1} \Leftrightarrow 2^{x+1} = \left(2^2\right)^{3x+1} \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^{2(3x+1)} \Leftrightarrow x + 1 = 6x + 2 \Leftrightarrow -5x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$

b. $4^{x-1} = 8^{3x-3} \Leftrightarrow \left(2^2\right)^{x-1} = \left(2^3\right)^{3x-3} \Leftrightarrow 2^{2(x-1)} = 2^{3(3x-3)} \Leftrightarrow 2x\text{-}2 = 9x - 9 \Leftrightarrow -7x = -7 \Leftrightarrow x = 1$

c. $2^{x^2} = \left(\frac{1}{4}\right)^x \Leftrightarrow 2^{x^2} = \left(2^{-2}\right)^x \Leftrightarrow 2^{x^2} = 2^{-2x} \Leftrightarrow x^2 = -2x \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow$
$x(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$

d. $25^{x-3} = 5.5^{2-x} \Leftrightarrow \left(5^2\right)^{x-3} = 5^1.5^{2-x} \Leftrightarrow 5^{2(x-3)} = 5^{1+2-x} \Leftrightarrow 2x - 6 = 3 - x \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$

e. $27^x = 3.9^{2x} \Leftrightarrow \left(3^3\right)^x = 3^1.\left(3^2\right)^{2x} \Leftrightarrow 3^{3x} = 3^{1+4x} \Leftrightarrow 3x = 1 + 4x \Leftrightarrow -x = 1 \Leftrightarrow x = -1$

f. $0{,}5^x = 0{,}25.2^x \Leftrightarrow \left(2^{-1}\right)^x = \frac{1}{4}.2^x \Leftrightarrow \left(2^{-1}\right)^x = 2^{-2}.2^x \Leftrightarrow 2^{-x} = 2^{-2+x} \Leftrightarrow -x = -2 + x \Leftrightarrow$
$-2x = -2 \Leftrightarrow x = 1$

14.

a. $3^{x+2} + 3^x = 810 \Leftrightarrow 3^x.3^2 + 3^x = 810 \Leftrightarrow 9.3^x + 3^x = 810 \Leftrightarrow 10.3^x = 810 \Leftrightarrow 3^x = 81 \Leftrightarrow$
$3^x = 3^4 \Leftrightarrow x = 4$

b. $2^{x-1}+2^{x+1}=10 \Leftrightarrow 2^x.2^{-1}+2^x.2^1=10 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.2^x+2.2^x=10 \Leftrightarrow 2\frac{1}{2}.2^x=10 \Leftrightarrow 2^x=4 \Leftrightarrow$
$2^x=2^2 \Leftrightarrow x=2$

c. $2^{x+3}-2^x=\frac{7}{8} \Leftrightarrow 2^x.2^3-2^x=\frac{7}{8} \Leftrightarrow 8.2^x-1.2^x=\frac{7}{8} \Leftrightarrow 7.2^x=\frac{7}{8} \Leftrightarrow$
$2^x=\frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^x=2^{-3} \Leftrightarrow x=-3$

d. $3^{x+2}=24+3^x \Leftrightarrow 3^x.3^2=24+3^x \Leftrightarrow 9.3^x=24+3^x \Leftrightarrow 8.3^x=24 \Leftrightarrow 3^x=3 \Leftrightarrow x=1$

e. $3^x-3^{x-1}=2\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x-3^x.3^{-1}=2\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x-\frac{1}{3}.3^x=2\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{2}{3}.3^x=2\sqrt{3}$ (links en rechts met $\frac{3}{2}$ vermenigvuldigen) $\Rightarrow 3^x=3\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x=3^1.3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 3^x=3^{1\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x=1\frac{1}{2}$

f. $5^{x-1}+5^{x-2}=6\sqrt{5} \Leftrightarrow 5^x.5^{-1}+5^x.5^{-2}=6\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{5}.5^x+\frac{1}{25}.5^x=6\sqrt{5} \Leftrightarrow$
$\frac{6}{25}.5^x=6\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{1}{25}.5^x=\sqrt{5} \Leftrightarrow 5^x=25.\sqrt{5} \Leftrightarrow 5^x=5^2.5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 5^x=5^{2\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x=2\frac{1}{2}$

15.

a. $3^{x+1}=9^{x+2} \Leftrightarrow 3^{x+1}=\left(3^2\right)^{x+2} \Leftrightarrow 3^{x+2}=3^{2x+4} \Leftrightarrow x+1=2x+4 \Leftrightarrow -x=3 \Leftrightarrow x=-3$

b. $3^{x+1}-3^{x-1}=8\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x.3^1-3^x.3^{-1}=8\sqrt{3} \Leftrightarrow 3.3^x-\frac{1}{3}.3^x=8\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{8}{3}.3^x=8\sqrt{3} \Leftrightarrow$

(links en rechts met $\frac{3}{8}$ vermenigvuldigen) $3^x=3\sqrt{3} \Leftrightarrow 3^x=3^1.3^{0,5} \Leftrightarrow 3^x=3^{1,5} \Leftrightarrow x=1,5$

c. $3^{x^2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-6} \Leftrightarrow 3^{x^2}=3^{-(x-6)} \Leftrightarrow x^2=-x+6 \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow$
$(x+3)(x-2)=0 \Leftrightarrow x=-3 \vee x=2$

d. $5^x+5^{x+1}=\dfrac{6}{25} \Leftrightarrow 5^x+5.5^x=\dfrac{6}{25} \Leftrightarrow 6.5^x=\dfrac{6}{25} \Leftrightarrow 5^x=\dfrac{1}{25} \Leftrightarrow 5^x=5^{-2} \Leftrightarrow x=-2$

e. $5^{x^2+5}=125^{x+1} \Leftrightarrow 5^{x^2+5}=\left(5^3\right)^{x+1} \Leftrightarrow 5^{x^2+5}=5^{3x+3} \Leftrightarrow x^2+5=3x+3 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$
$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=1$

f. $2^{x+2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1}=28 \Leftrightarrow 2^{x+2}-2^{x-1}=28 \Leftrightarrow 2^2.2^x-2^{-1}.2^x=28 \Leftrightarrow \frac{7}{2}.2^x=28 \Leftrightarrow$
(links en rechts maal $\frac{2}{7}$) $2^x=8 \Leftrightarrow 2^x=2^3 \Leftrightarrow x=3$

g. $4^{x^2+1}=8^{x^2-1} \Leftrightarrow \left(2^2\right)^{x^2+1}=\left(2^3\right)^{x^2-1} \Leftrightarrow 2^{2x^2+2}=2^{3x^2-3} \Leftrightarrow 2x^2+2=3x^2-3 \Leftrightarrow$
$x^2=5 \Leftrightarrow x=\sqrt{5} \vee x=-\sqrt{5}$

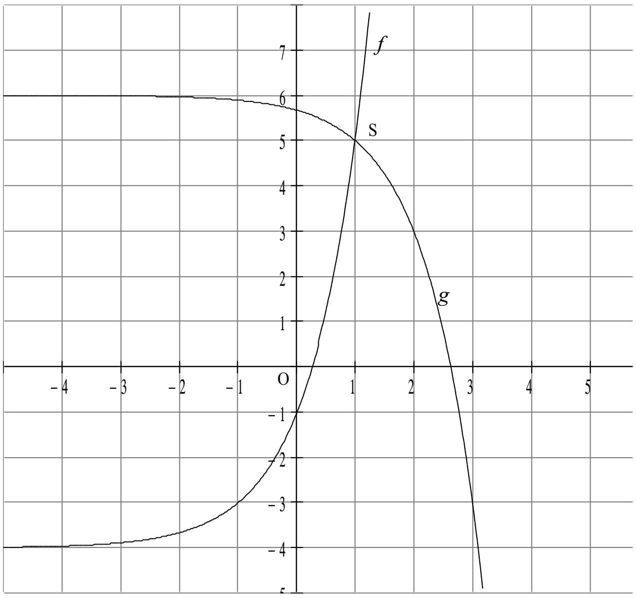
h. $2^{x+3}-4^{\frac{1}{2}x-1}=3\frac{7}{8} \Leftrightarrow 2^{x+3}-\left(2^2\right)^{\frac{1}{2}x-1}=3\frac{7}{8} \Leftrightarrow 2^{x+3}-2^{x-2}=3\frac{7}{8} \Leftrightarrow 2^3.2^x-2^{-2}.2^x=3\frac{7}{8}$
$\Leftrightarrow 8.2^x-\frac{1}{4}.2^x=3\frac{7}{8} \Leftrightarrow 7\frac{3}{4}.2^x=3\frac{7}{8} \Leftrightarrow \dfrac{31}{4}.2^x=\dfrac{31}{8} \Leftrightarrow 2^x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^x=2^{-1} \Leftrightarrow x=-1$

16. Gegeven : $f(x) = 3^{x+1} + 4$ en $g(x) = 6 - 3^{x-1}$.

a. $y = 3^x \xrightarrow{T(-1,-4)} f(x) = 3^{x+1} - 4$

$y = 3^x \xrightarrow{S_{x-as}} y = -3^x \xrightarrow{T(1,6)} 6 - 3^{x-1}$

b. Zie de figuur



c. $B_f = \langle -4 , \rightarrow \rangle$ en
$B_g = \langle \leftarrow , 6 \rangle$.

d. Snijpunt :

$3^{x+1} - 4 = 6 - 3^{x-1} \Leftrightarrow$

$3^1.3^x + 3^{-1}.3^x = 10 \Leftrightarrow$

$3\frac{1}{3}.3^x = 10 \Leftrightarrow$

$\frac{10}{3}.3^x = 10 \Leftrightarrow$

$3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Nu aflezen in de grafiek :
$f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x \leq 1$

e. We zien in de grafiek dat we rechts van het snijpunten zitten. Punt A ligt dus boven punt B.
Nu geldt : $f(2,5) = 3^{2,5+1} - 4 = 3^3.3^{0,5} - 4 = 27\sqrt{3} - 4$

$g(2,5) = 6 - 3^{2,5-1} = 6 - 3^{1,5} = 6 - 3\sqrt{3}$

De exacte lengte van AB is dus : $(27\sqrt{3} - 4) - (6 - 3\sqrt{3}) = 30\sqrt{3} - 10$

f. Links van het snijpunt kunnen we nooit zitten omdat daar de maximale afstand 10 is .
We zitten dus rechts van $x = 2,5$. $\Rightarrow$

$f(x) - g(x) = 80 \Leftrightarrow \left(3^{x+1} - 4\right) - \left(6 - 3^{x-1}\right) = 80 \Leftrightarrow 3^{x+1} + 3^{x-1} = 90 \Leftrightarrow$

$3.3^x + \frac{1}{3}.3^x = 90 \Leftrightarrow \frac{10}{3}.3^x = 90 \Leftrightarrow 3^x = 27 \Leftrightarrow x = 3$

g. Bij $g(x) - f(x) = p$ zitten we links van het snijpunt S. Daar krijg je oplossingen als de maximale afstand dus 10 is. $\Rightarrow$ Geen oplossingen voor $p \geq 10$.

17.

a. Hij is dan 30 . 2 = 60 minuten bezig

b. Bij deze telefoonboom gelden de volgende aantallen: 2 – 4 – 8 – 16 – 32
Dat betekent het volgende: eerst zijn 2 leerlingen op de hoogte , dan bellen deze 2 leerlingen ieder weer 2 leerlingen . Dan zijn er dus 2 + 4 is 6 leerlingen op de hoogte . Vervolgens bellen de 4 net gebelde leerlingen 8 andere leerlingen . Nu zijn er dus 6 + 8 = 14 leerlingen op de hoogte. De 8 net gebelde leerlingen bellen nu dus 16 nieuwe leerlingen . Je komt dan op een totaal van 14 + 16 = 30 leerlingen $\Rightarrow$ nu 4 ronden bellen , dus na 4 .4 = 16 minuten bellen is iedereen op de hoogte.

18. Toename per dag: 20 cm ; beginlengte is 3meter

a. 20 cm = 0,2 meter $\Rightarrow$ $l = 3 + 0{,}2.t$

b. Toename eerste dag is: $\dfrac{0,2}{3}.100\% \approx 6{,}7\ \%$ Na 9 dagen : $l = 4{,}8$ m . Na 10 dagen dus 5 m. $\Rightarrow$

De procentuele toename is dus: $\dfrac{0,2}{4,8}.100\% \approx 4{,}2\%$

c. Nu moet gelden: $3 + 0{,}2t = 6 \Leftrightarrow 0{,}2t = 3 \Leftrightarrow t = 15$ dus na 15 dagen.

19. januari 2004 9,8 milj. inw. ; groeifactor: 1,045

a. $N = 9{,}8 \cdot 1{,}045^t$

b. jan. 20010 $\Rightarrow t = 6 \Rightarrow N = 9{,}8 \cdot 1{,}045^6 \approx 12{,}8$ miljoen

c. Voer in $y_1 = 9{,}8 \cdot 1{,}045^x$ en $y_2 = 16$ Intersect levert op : $t \approx 11{,}13$ $\Rightarrow$ In het jaar 2015.

d. Verdubbeling $\Rightarrow$ 2 . 9,8 = 19,6 Voer in $y_3 = 19{,}6$ Nu snijden met y_1 Weer met intersect vinden we : $x \approx 15{,}75$ $\Rightarrow$ In het jaar 2019.

20. Toename van 17% $\Rightarrow$ De groeifactor is dan 1,17.

21.

a. Toename is 12,7% $\Rightarrow$ de groeifactor is: 1,127

b. Afname met 6,8% per maand $\Rightarrow$ de groeifactor per maand is: $1 - \frac{6,8}{100} = 0{,}932$

c. Groeifactor 1,735 per maand $\Rightarrow$ de toename is 0,735 $\Rightarrow$ de toename is 73,5%

d. Groeifactor is 0,845 per dag $\Rightarrow$ de afname is : 1 – 0,845 = 0,155 $\Rightarrow$ afname is 15,5% per dag

e. Groeifactor is 2,42 per jaar $\Rightarrow$ de toename is 1,42 per jaar $\Rightarrow$ 142% per jaar

f. Afname ia 0,7% per dag $\Rightarrow$ afname is 0,007 $\Rightarrow$ de groeifactor is: 1 – 0,007 = 0,993

22. 1-1-2005 1310 milj. inw. en gr. perc. 0,6% per jaar in China
1-1-2005 1080 milj. inw. en gr. perc. van 1,3% per jaar in India.

a Groeifactor in China is: 1,006 $\Rightarrow N_C = 1310 \cdot 1{,}006^t$

b. Groeifactor in India is: 1,013 $\Rightarrow N_I = 1080 \cdot 1{,}013^t$

c. 2010 $\Rightarrow t = 5 \Rightarrow N_C(5) \approx 1344$ $\Rightarrow$ voor China ongeveer 1350 miljoen inwoners.
$N_I(5) \approx 1152$ $\Rightarrow$ voor India ongeveer 1152 miljoen inwoners.

d. Voer in $y_1 = 1310 \cdot 1{,}006^x$ en $y_2 = 1080 \cdot 1{,}013^x$ en met intersect vinden we $x \approx 27{,}8$ $\Rightarrow$ in het jaar 2032.

X	Y2	Y3
7	1182.2	15.171
8	1197.6	15.369
9	1213.1	15.568
10	1228.9	15.771
11	1244.9	15.976
12	1261.1	16.183
13	1277.5	16.394

X=12

e. Voer in : $y_3 = y_2(x) - y_2(x\text{-}1)$ We krijgen dan een tabel met de toename per jaar.
Bij $t = 12$ is de toename voor het eerst meer dan 16 miljoen.
Dat is dus in het jaar 2017.

23. Car. Zee 40% van rood licht en 30% van blauw licht per meter.

a. rood licht: groeifactor is: 0,6 $\Rightarrow$ na 4 meter: $0{,}6^4 = 0{,}1296$ $\Rightarrow$ ongeveer 13 %
blauw licht: groeifactor is 0,7 $\Rightarrow$ na 4 meter : $0{,}7^4 = 0{,}2401$ $\Rightarrow$ ongeveer 24 %

b. We moeten 1% krijgen $\Rightarrow$ $0{,}6^t = 0{,}01$ Voer in : $y_1 = 0{,}6^x$ en $y_2 = 0{,}01$
Met intersect vinden we $x \approx 9{,}02$ Neem het window [0 , 15] X [0 , 0.02]
Dus op een diepte van ongeveer 9 meter dringt 1% licht door.
Bij het blauwe licht geldt dan: $0{,}7^9 = 0{,}040353\ldots \approx 4$ % Dus ongeveer 4 keer zoveel blauw licht.

24. Groeifactor per jaar is 9 ; beginwaarde 2

a.

Tijd in jaren	0	1	2	3	4	5
Hoeveelheid N	2	18	162	1458	13122	118098

b. per 2 jaar met $9^2 = 81$

c. Stel per half jaar met 4,5 dan per jaar met $4{,}5^2 = 20{,}25$ Dit is duidelijk meer dan 9 $\Rightarrow$ de groeifactor per half jaar moet dus minder dan 4,5 zijn.

25. Toename per kwartier van 12%

a. Groeifactor per kwartier is: 1,12 $\Rightarrow$ per uur : $1{,}12^4 = 1{,}5735$ $\Rightarrow$ toename per uur is 57,4%

b. Groeifactor per 5 min. is: $(1{,}12)^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}03849..$ $\Rightarrow$ toename per 5minuten is dus 3,8%

26. Afname per dag van 16%

a. Afname per dag van 16% $\Rightarrow$ groeifactor per dag is : 0,84 $\Rightarrow$ groeifactor per week is : $(0{,}84)^7 \approx 0{,}295$

b. groeifactor per uur is: $0{,}84^{\frac{1}{24}} \approx 0{,}993$ $\Rightarrow$ de afname per uur is : 0,7 %

27. groeifactor per dag is 1,3

a. groeifactor per week is : $1{,}3^7 \approx 6{,}2748$ $\Rightarrow$ groeipercentage is: 627% - 100% = 527%

b. groeifactor per 4 uur is : $(1{,}3)^{\frac{1}{6}} \approx 1{,}0446..$ $\Rightarrow$ het groeipercentage is dan: 4,5%

28.

a. Afname per uur is 19,5 % $\Rightarrow$ groeifactor is dan: 0,805 $\Rightarrow$ groeifactor per kwartier is $0{,}805^{0{,}25}$ $\approx 0{,}9472 \Rightarrow$ de afname per kwartier is: 5,3%

b. Toename per jaar is 8,6% $\Rightarrow$ groeifactor per jaar is 1,086 $\Rightarrow$ per 25 jaar is de groeifactor $1{,}086^{25} \approx 7{,}8658$ $\Rightarrow$ de toename is dan: 687 %

c. Toename per week is 180% $\Rightarrow$ groeifactor per week is 2,80 $\Rightarrow$ groeifactor per dag is $(2{,}80)^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}1584\ldots \Rightarrow$ toename per dag is 15,8 %.

29.

a. Toename van 5% per dag $\Rightarrow$ groeifactor per dag is 1,05 $\Rightarrow$ per week $1{,}05^7 \approx 1{,}407..$ $\Rightarrow$ de toename per week is dus 40,7% dus geen 5 keer 7% = 35%

b. Groeifactor is 1,5 per dag $\Rightarrow$ per week $1{,}5^7 \approx 17{,}085\ldots \Rightarrow$ 17,1 per week

c. Afname van 20% per uur $\Rightarrow$ groeifactor per uur is 0,8 $\Rightarrow$ de groeifactor per kwartier is $0{,}8^{0{,}25} \approx 0{,}9457$ $\Rightarrow$ de afname per kwartier is dus 5,4%

d. Groeifactor 0,7 per uur $\Rightarrow$ per kwartier is de groeifactor $0{,}7^{0{,}25} \approx 0{,}915$

30.

Vernegenvoudigd in 20 jaar. Stel de groeifactor per jaar is g. Dan geldt nu :

$g^{20} = 9$ □ $g = 9^{\frac{1}{20}} \approx 1{,}116$ $\Rightarrow$ Het groeipercentage per jaar is dan 11,6 %.

31. 1955-1965 afname van 95%

a. Groeifactor is 0,05 $\Rightarrow$ groeifactor per jaar is: $0{,}05^{0{,}1} \approx 0{,}7411$ $\Rightarrow$ afname is 25,9%

b. 1965-1985 groeifactor 12 $\Rightarrow$ groeifactor per jaar is $(12)^{\frac{1}{20}} \approx 1{,}1322..$ $\Rightarrow$ groeipercentage per jaar is : 13,2%

c. In 1985 waren er 14000 broedparen van 1965-1985 was de groeifactor 12 dus in 1965 waren er ongeveer $14000/12 \approx 1167$ broedparen
tussen 1955 en 1965 was de groeifactor 0,05 $\Rightarrow$ in 10 jaar was de populatie 20 keer zo klein geworden $\Rightarrow$ de populatie in 1955 was ongeveer $1167 \cdot 20 \approx 23340$ broedparen

32. Exponentiële groei. op $t = 5$ aantal van 50000 en op $t = 9$ het aantal van 300000

a. De groeifactor per 4 uren is dus $\dfrac{300000}{50000} = 6$

b. Uit onderdeel a volgt dat de groeifactor per uur is $6^{0{,}25} \approx 1{,}565$

33. Op $t = 3$ dan $N = 1600$ en op $t = 10$ dan $N = 4100$ $\Rightarrow$ de groeifactor per 7 uren is dus $\dfrac{4100}{1600} = 2{,}5625$ $\Rightarrow$ de groeifactor per uur is dus $2{,}5625^{\frac{1}{7}} \approx 1{,}144$

Stel de formule is : $N = b.1{,}144^t$ door het punt (3 , 1600) $\Rightarrow 1600 = b.\ 1{,}144^3 \Rightarrow$

$b = \dfrac{1600}{1{,}144^3} \approx 1070 \Rightarrow$ De groeifunctie is dus: $N = 1070.1{,}144^t$

34. Gegeven de punten (4 , 1000) en (10 , 2500) Groeifunctie en t in dagen.

De groeifactor per 6 dagen is: 2500/1000 = 2,5 $\Rightarrow$ de groeifactor per dag is dus $2{,}5^{\frac{1}{6}} \approx$ 1,165 Stel $N = b.1{,}165^t$ door het punt (4 , 1000) $\Rightarrow 1000 = b.\ 1{,}165^4 \Leftrightarrow$

$b = \dfrac{1000}{1{,}165^4} \approx 543 \quad \Rightarrow N = 543.1{,}165^t$

35. Na 3 dagen oppervlakte is 31mm^2 ; na 7 dagen oppervlakte is 11 mm^2

a. Neem t in dagen. De groeifactor per 4 dagen is $\dfrac{11}{31}$ $\Rightarrow$ groeifactor per mm is:

$\left(\dfrac{11}{31}\right)^{0,25} \approx 0{,}772$ Stel de formule is: $A = b.0{,}772^t$ door het punt (3 , 31) $\Rightarrow$

$31 = b.0{,}772^3 \Rightarrow b = \dfrac{31}{0{,}772^3} \approx 67 \Rightarrow A = 67\ .\ 0{,}772^t$

b. 67 mm^2 de beginhoeveelheid.

c. 60 uur $\Rightarrow$ 2,5 dagen $\Rightarrow A = 67\ .\ 0{,}772^{2,5} \approx 35$ mm^2

36. Na 6 min. v = 10 knopen en na 9 minuten v = 8 knopen

a. De groeifactor per 3 minuten is 8/10 = 0,8 $\Rightarrow$ De groeifactor per minuut is dus: $0{,}8^{1/3} \approx$ 0,928
De afname is dus 7,2% per minuut.

b. Begin van het uitschakelen dus beginsnelheid. Stel $v = b.0{,}928^t$ door het punt (6 , 10) $\Rightarrow$

$10 = b.0{,}982^6 \Leftrightarrow b = \dfrac{10}{0{,}928^6} = 15{,}6 \Rightarrow$ de beginsnelheid was dus 15,6 knopen

c. De formule wordt dus : $v = 15{,}6\ .\ 0{,}928^t \Rightarrow$ na een half uur dus bij t = 30 dan v $\approx$ 1,7 knopen.

d. Voer in in GR $x_1 = 15{,}6\ .\ 0{,}928^x$ en $x_2 = 1$ Nu m.b.v. intersect vinden we $x = t \approx 36{,}8$ dus ongeveer na 37 minuten.

37.

a. $2^{\cdots} = 8 \Leftrightarrow \ldots = 3$

b. $2^{\cdots} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \ldots = -2$

d. $3^{\cdots} = 9 \Leftrightarrow \ldots = 2$

e. $3^{\cdots} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow \ldots = -3$

c. $2^{....} = \sqrt{2} \Leftrightarrow .... = \frac{1}{2}$

f. $3^{....} = \sqrt[5]{3} \Leftrightarrow .... = \frac{1}{5}$

38.

a. ${}^{5}\log 125 = 3$

b. ${}^{10}\log 0{,}1 = -1$

c. ${}^{2}\log 4 = 2$

d. ${}^{7}\log 49 = 2$

e. ${}^{2}\log \sqrt{2} = 0{,}5$

f. ${}^{2}\log(0{,}5) = {}^{2}\log(2^{-1}) = -1$

g. ${}^{4}\log 0{,}25 = -1$

h. ${}^{4}\log 4 = 1$

i. ${}^{4}\log 1 = 0$

39.

a. ${}^{2}\log(64\sqrt{2}) = {}^{2}\log(2^{6}.2^{0,5}) = {}^{2}\log 2^{6,5} = 6{,}5$

b. ${}^{3}\log(\frac{1}{9}\sqrt{3}) = {}^{3}\log(3^{-2}.3^{0,5}) = {}^{3}\log 3^{-1,5} = -1{,}5$

c. ${}^{3}\log 3^{21,5} = 21{,}5$

d. ${}^{5}\log \frac{1}{125} = {}^{5}\log 5^{-3} = -3$

e. ${}^{\frac{1}{3}}\log \frac{1}{27} = {}^{\frac{1}{3}}\log\left(\frac{1}{3}\right)^{3} = 3$

f. ${}^{\frac{1}{2}}\log \frac{1}{4} = {}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 2$

g. ${}^{2}\log(\frac{1}{32}\sqrt[3]{2}) = {}^{2}\log(2^{-5}.2^{\frac{1}{3}}) = {}^{2}\log(2^{-4\frac{2}{3}}) = -4\frac{2}{3}$

h. ${}^{5}\log 1 = {}^{5}\log 5^{0} = 0$

i. ${}^{3}\log(81.\sqrt[5]{27}) = {}^{3}\log(3^{4}.3^{\frac{3}{5}}) = {}^{3}\log 3^{4\frac{3}{5}} = 4\frac{3}{5}$

40.

a. ${}^{2}\log(....) = 8 \Leftrightarrow .... = 2^{8} = 256$

b. ${}^{3}\log(....) = -3 \Leftrightarrow .... = 3^{-3} = \frac{1}{27}$

c. ${}^{5}\log(....) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow .... = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

41.

a. a.

$${}^{3}\log(x+2) = 2$$
$$x+2 = 3^{2}$$
$$x+2 = 9$$
$$x = 7$$

b.

$$1 + {}^{\frac{1}{2}}\log x = 4$$
$${}^{\frac{1}{2}}\log x = 3$$
$$x = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{3}$$
$$x = \tfrac{1}{8}$$

c.

$${}^{3}\log(2x+1) = 4$$
$$2x+1 = 3^{4}$$
$$2x+1 = 81$$
$$2x = 80$$
$$x = 40$$

d.
$5 + {}^{4}\log x = 3$
${}^{4}\log x = -2$
$x = 4^{-2}$
$x = \frac{1}{16}$

e.
${}^{\frac{1}{2}}\log(x-1) = 3$
$x - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$
$x - 1 = \frac{1}{8}$
$x = 1\frac{1}{8}$

f.
${}^{2}\log(x^2 - 4) = 5$
$x^2 - 4 = 2^5$
$x^2 - 4 = 32$
$x^2 = 36$
$x = 6 \vee x = -6$

42.

.
$4.{}^{3}\log x = 2$
${}^{3}\log x = 0{,}5$
$x = 3^{0{,}5}$
$x = \sqrt{3}$

b.
${}^{3}\log(4x-1) = -2$
$4x - 1 = 3^{-2}$
$4x - 1 = \frac{1}{9}$
$4x = 1\frac{1}{9}$
$4x = \frac{10}{9}$
$x = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

c.
$3 + {}^{2}\log x = -1$
${}^{2}\log x = -4$
$x = 2^{-4}$
$x = \frac{1}{16}$

d.
${}^{5}\log(3x+2) = 1$
$3x + 2 = 5^1$
$3x + 2 = 5$
$3x = 3$
$x = 1$

e.
${}^{3}\log(0{,}4x - 5) = 2$
$0{,}4x - 5 = 3^2$
$0{,}4x - 5 = 9$
$0{,}4x = 14$
$x = \frac{14}{0{,}4}$
$x = 35$

f.
$4 + 2.{}^{2}\log x = 7$
$2.{}^{2}\log x = 3$
${}^{2}\log x = 1{,}5$
$x = 2^{1{,}5}$
$x = 2^1.2^{0{,}5}$
$x = 2.\sqrt{2}$

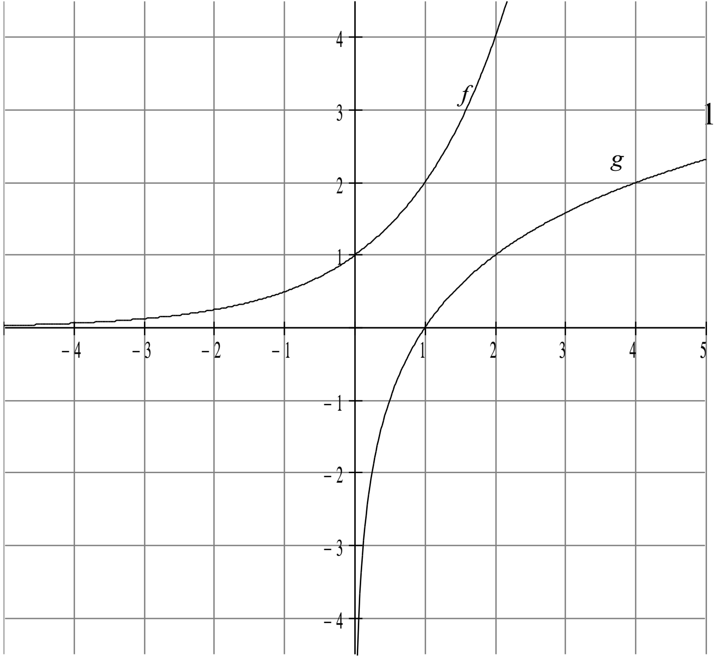
43. Gegeven : $f(x) = 2^x$ en $g(x) = {}^{2}\log(x)$

a.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = {}^{2}\log(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3

b.



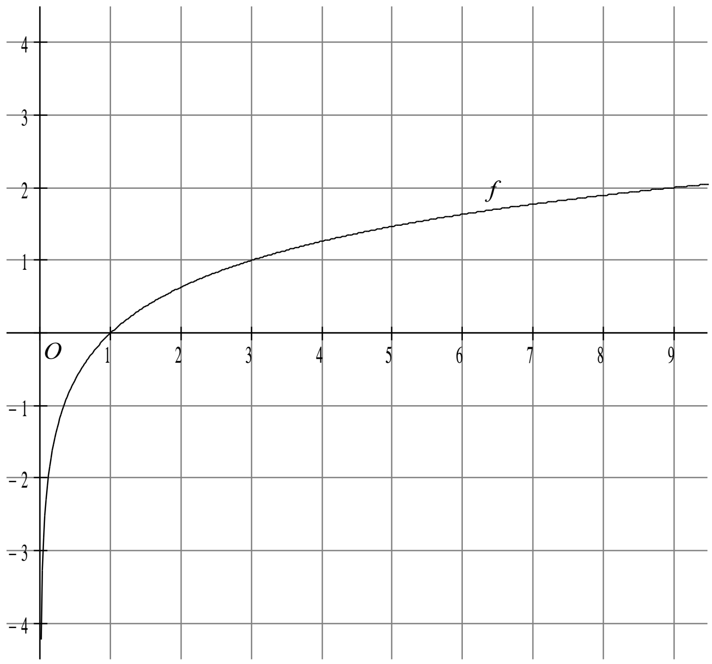
c. De grafiek van g ontstaat uit de grafiek van f door een spiegeling t.o.v. de lijn $y = x$.

44. $f(x) = {}^{3}\log(x)$

a.

x	1/9	1/3	1	3	9
$f(x)$	-2	-1	0	1	2

b. Zie de figuur.



c. $f(x) \leq 1{,}5$

Eerst oplossen : $f(x) = 1{,}5 \Leftrightarrow$

${}^{3}\log(x) = 1{,}5 \Leftrightarrow$

$x = 3^{1,5} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{3}$

Nu aflezen in de grafiek :

$f(x) \leq 1{,}5 \Leftrightarrow 0 < x \leq 3\sqrt{3}$

d. $f(\sqrt{3}) =$

${}^{3}\log(\sqrt{3}) = {}^{3}\log(3^{0,5}) = 0{,}5$

en

$f(27) = {}^{3}\log(27) = {}^{3}\log(3^{3}) = 3$ Kijk ook in de grafiek ⇒

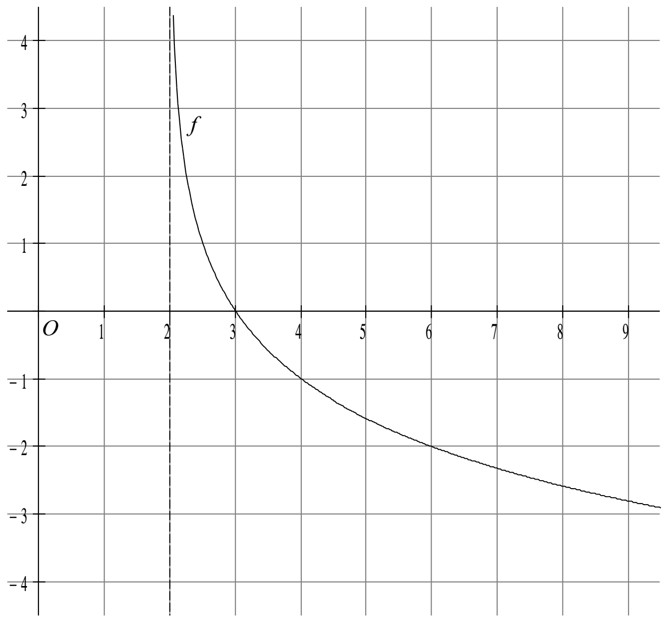
Als $\sqrt{3} \leq x \leq 27$ dan $0{,}5 \leq f(x) \leq 3$.

45. $f(x) = {}^{\frac{1}{2}}\log(x - 2)$

a.

x	6	4	3	2,5	2,25
$f(x)$	-2	-1	0	1	2

b. Zie de figuur.



c. $f(2\frac{1}{8}) = {}^{\frac{1}{2}}\log(2\frac{1}{8} - 2) =$

$^{\frac{1}{2}}\log(\frac{1}{8}) = {}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3$

Zie ook de figuur:

Als $x \geq 2\frac{1}{8}$ dan

$f(x) \leq 3$.

c. $f(x) \geq -3$

Eerst $f(x) = -3 \Leftrightarrow$

$^{\frac{1}{2}}\log(x - 2) = -3 \Leftrightarrow$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = x - 2 \Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow$

Zie ook de figuur: Als $f(x) \geq -3$ dan $2 < x \leq 10$.

46. $2^{^2\log(8)} = 8$, $3^{^3\log(9)} = 9$, $2^{^2\log(\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}$

47.

a. $\log(100) = 2$ en $\log(1000) = 3$.

b. Het grondtal bij de log-toets is 10.

48.

a. $^3\log 5 = \dfrac{\log 5}{\log 3} \approx 1{,}46$

b. $^{\frac{1}{7}}\log 18 = \dfrac{\log 18}{\log\frac{1}{7}} \approx -1{,}49$

c. $^2\log 20 - {}^2\log 6 = \dfrac{\log 20}{\log 2} - \dfrac{\log 6}{\log 2} \approx 1{,}74$

d. $^{\frac{1}{3}}\log 10 + \log\frac{1}{3} = \dfrac{\log 10}{\log\frac{1}{3}} + \log\frac{1}{3} \approx -2{,}57$

e. $3.{}^2\log 7 = 3.\dfrac{\log 7}{\log 2} \approx 8{,}42$

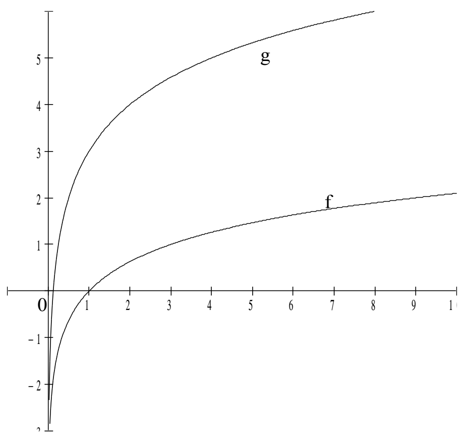
f. $\dfrac{5}{^4\log 12} = \dfrac{5}{\left(\dfrac{\log 12}{\log 4}\right)} = \dfrac{5}{1{,}79...} \approx 2{,}79$

49. $x_1 = f(x) = {}^2\log x$ en $x_2 = g(x) = {}^2\log x + 3$;

$x_3 = h(x) = {}^2\log(x + 3)$ en

$x_4 = k(x) = 3.{}^2\log x$

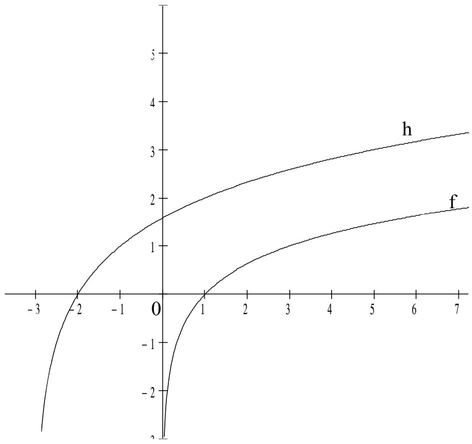
Voer in : $y_1 = \dfrac{\log x}{\log 3}$ en $y_2 = \dfrac{\log x}{\log 2} + 3$



a. $f(x) = {}^2\log x \xrightarrow{T(0,3)} g(x) = {}^2\log x + 3$

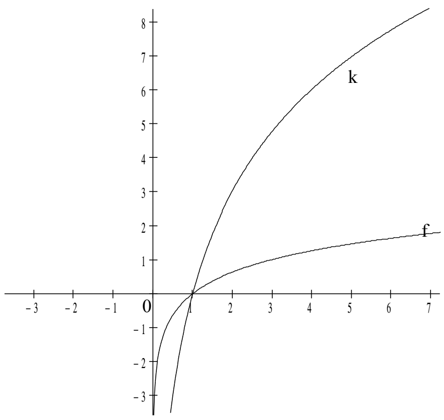
Voer in: $y_3 = \dfrac{\log(x+3)}{\log 2}$

b. $f(x) = {}^2\log x \xrightarrow{T(-3,0)} h(x) = {}^2\log(x+3)$



Voer in : $y_4 = 3.\dfrac{\log x}{\log 2}$

c. $f(x) = {}^2\log x \xrightarrow{\text{verm. x-as , 3}} k(x) = 3.{}^2\log x$

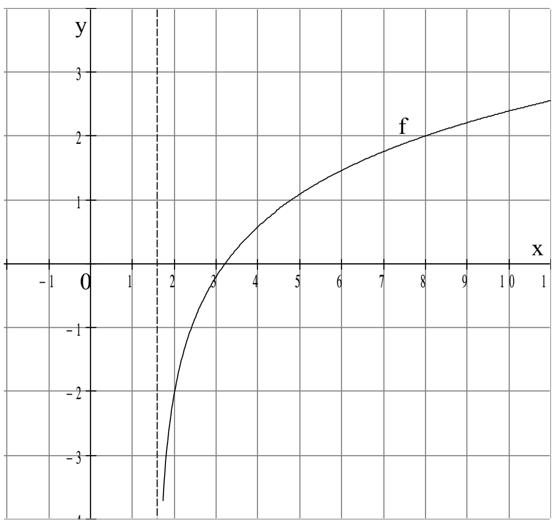


d. Bij f : D_f = <0 , → ; V.A. $x = 0$ (y-as)

Bij g : D_g = <0 , → > ; V.A. $x = 0$ (y-as)
Bij h : D_h = <-3 , → > ; V.A. $x = -3$
Bij k : D_k = <0 , → > ; V.A. $x = 0$ (y-as).

50. $f(x) = -3 + {}^2\log(5x-8)$

x	2	3	4	6	8	10
$f(x)$	-2	-0,2	0,6	1,5	2	2,4



Opmerking: V.A. als $5x = 8$ dus $x = 1{,}6$
$\Rightarrow$ V.A. $x = 1{,}6$

b. $f(x) \leq 0$
Eerst oplossen $f(x) = 0$

$-3 + {}^2\log(5x-8) = 0$

${}^2\log(5x-8) = 3$

$5x - 8 = 2^3$

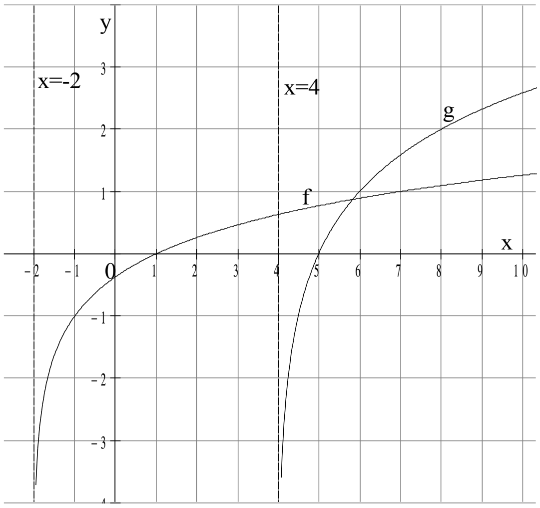
$5x = 8 + 8$

$x = 3{,}2$

Nu aflezen uit de grafiek $\Rightarrow$ $1{,}6 < x \leq 3{,}2$

c. Eerst $f(8) = 2$ Als $x \leq 8$ dan (zie grafiek) $f(x) \leq 2$

51. $f(x) = -1 + {}^3\log(x+2)$ en
$g(x) = {}^2\log(x-4)$



a. $D_f = \langle -2, \rightarrow \rangle$ en V.A. $x = 2$
$D_g = \langle -2, \rightarrow \rangle$ en V.A. $x = -2$
Voer in in GR: en maak daarmee een tabel.

$x_1 = f(x)$ en $x_2 = g(x)$
Zie figuur.

b.
Met intersect vinden we $x \approx 5{,}83$ en $x \approx 0{,}87$

c. $f(x) \geq g(x)$ Lees af uit de figuur en hou rekening met de asymptoten $\Rightarrow$
$4 < x \leq 5{,}83$

52.

a. $y = {}^2\log x \xrightarrow{T(5,-3)} f(x) = {}^2\log(x-5) - 3$ $\Rightarrow$ $D_f = \langle 5, \rightarrow \rangle$ en V.A. $x = 5$

b. $y = {}^{\frac{1}{2}}\log x \xrightarrow{T(-1,3)} h(x) = 3 + {}^{\frac{1}{2}}\log(x+1)$ $\Rightarrow$ $D_g = \langle -1, \rightarrow \rangle$ en V.A. $x = -1$

c. $y = {}^2\log x \xrightarrow{verm.\ \text{x-as}\ ,\ 5} y = 5.{}^2\log x \xrightarrow{T(2,0)} h(x) = 5.{}^2\log(x-2) \Rightarrow$
$D_h = \langle 2, \rightarrow \rangle$ en V.A. $x = 2$

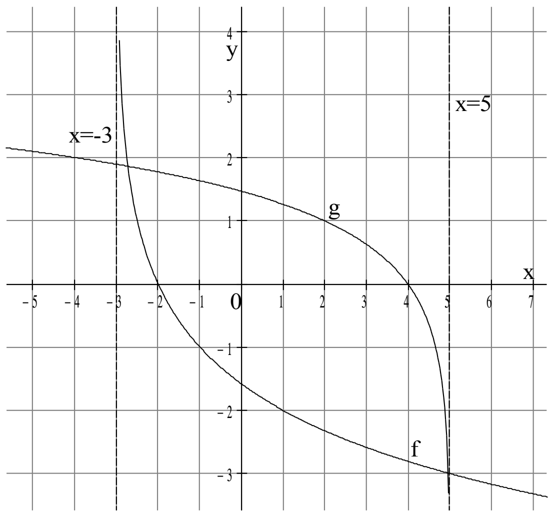
e. $y = {}^{\frac{1}{3}}\log x \xrightarrow{verm.\ \text{x-as}\ ,\ -2} y = -2.{}^{\frac{1}{3}}\log x \xrightarrow{T0,-4)} p(x) = -2.{}^{\frac{1}{3}}\log(x) - 4 \Rightarrow$
$D_k = \langle 0, \rightarrow \rangle$ en V.A. $x = 0$.

53. $f(x) = {}^{\frac{1}{2}}\log(x+3)$ en $g(x) = {}^3\log(-x+5)$

a.

x	-2,5	-2	-1	0	4
$f(x)$	1	0	-1	-1,6	-2,8

x	-5	-1	0	2	4,5
$g(x)$	2,1	1,6	1,5	1	-0,6



b. $f(x) = 5 \Rightarrow$
${}^{\frac{1}{2}}\log(x+3) = 5$
$x + 3 = \left(\frac{1}{2}\right)^5$
$x + 3 = \frac{1}{32}$
$x = -2\frac{31}{32}$

c. Eerst $g(-4) = 2$ Uit de grafiek lezen we af: als $x \geq -4$ dan $g(x) \leq 2$

d. $f(x) \geq 1$ eerst $f(x) = 1$ $\Rightarrow$
$$^{\frac{1}{2}}\log(x+3) = 1$$
$$x + 3 = \left(\tfrac{1}{2}\right)^1$$
$$x = -2{,}5$$

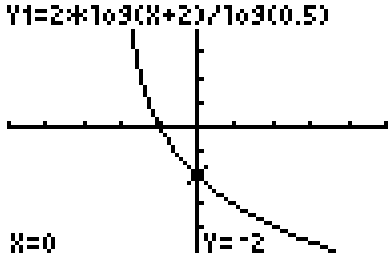
Aflezen uit de grafiek en de asymptoot geeft: $-3 < x \leq -2{,}5$

e. Met intersect vinden we het snijpunt bij $x \approx -2{,}72$ en $x \approx 4{,}96$ Nu $f(x) \leq g(x)$
aflezen uit de figuur geeft : $-2{,}72 \leq x \leq 4{,}96$

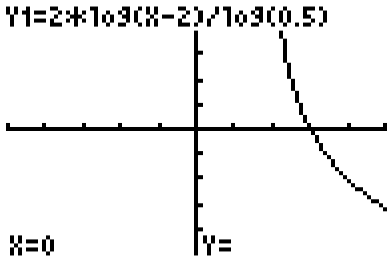
f. De lijn $y = 2{,}5$ snijden met de grafieken van f en g. Voer in in GR: $x_3 = 2{,}5$
Met intersect vinden we snijpunt A van f en $y = 2{,}5$ bij $x \approx -2{,}823 \Rightarrow$
Met intersect vinden we snijpunt B van g en $y = 2{,}5$ bij $x \approx -10{,}588 \Rightarrow$ de lengte van het lijnstuk AB volgt uit: $x_A - x_B = (-2{,}823) - (-10{,}588) \approx 7{,}77$

54. $y = a\,.\,{}^{g}\log(x + b)$

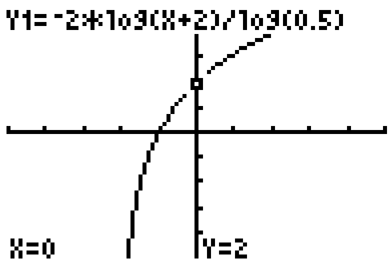
1) $a > 0$; $b > 0$ en $0 < g < 1 \Rightarrow$ V.A. $x = -b \Rightarrow$



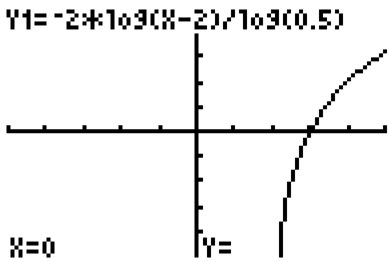
2) $a > 0$; $b < 0$ en $0 < g < 1 \Rightarrow$ V.A. $x = b \Rightarrow$



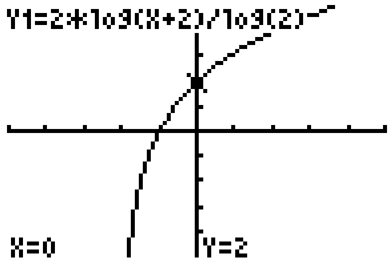
3) $a < 0$; $b > 0$ en $0 < g < 1 \Rightarrow$ V.A. $x = -b \Rightarrow$



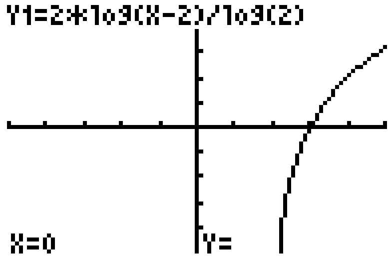
4) $a < 0$; $b < 0$ en $0 < g < 1 \Rightarrow$ V.A. $x = b \Rightarrow$



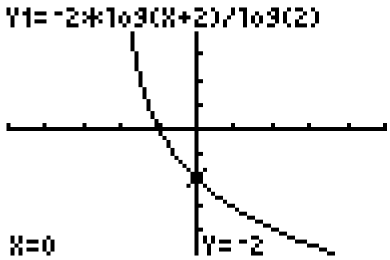
5) $a > 0$; $b > 0$ en $g > 1$ $\Rightarrow$ V.A. $x =\ b \Rightarrow$



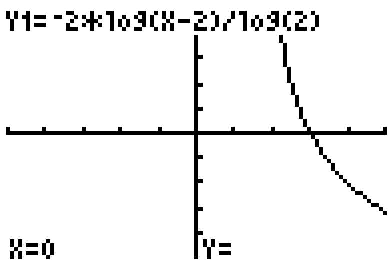
6) $a > 0$; $b < 0$ en $g > 1$ $\Rightarrow$ V.A. $x =\ b \Rightarrow$



7) $a < 0$; $b > 0$ en $g > 1$ $\Rightarrow$ V.A. $x =\ b \Rightarrow$



8) $a < 0$; $b < 0$ en $g > 1$ $\Rightarrow$ V.A. $x =\ b \Rightarrow$



55. $DIN = 1 + k.\log(iso)$ en als ISO/ASA = 100 dan $DIN = 21$

a. Invullen in formule $\Rightarrow 21 = 1 + k \,.\, \log(100) \;\Leftrightarrow\; 21 = 1 + 2.k \Leftrightarrow k = 10$

b. $DIN = 1 + 10.\log(iso)$ Als ISO/ASA = 400 dan $DIN = 1 + 10.\log(400) \approx 27 \;\Rightarrow 27DIN$

c. Bij 24 $DIN \Rightarrow 24 = 1 + 10.\log(iso) \;\Leftrightarrow 10.\log(iso) = 23 \;\Rightarrow \log(iso) = 2{,}3 \Rightarrow$
$iso = 10^{2,3} \approx 200 \;\Rightarrow$ 200 *ISO/ASA*.

56. $R = 0{,}67.\log(E) - 0{,}9$

a. $E = 1,5 \,.\, 10^7 \Rightarrow R = 0,67 \,.\, \log(1,5.10^7) - 0,9 \approx 3,9$

b. $R = 9,3 \Rightarrow 9,3 = 0,67.\log(E) - 0,9 \Leftrightarrow 0,67.\log(E) = 10,2 \Leftrightarrow \log(E) \approx 15,22 \Leftrightarrow$
$E = 10^{15,22} \approx 1,67 \,.\, 10^{15} \Rightarrow 1,67 \,.\, 10^{15}$ kJoule

c. De verhouding is dan : $\dfrac{1,67.10^{15}}{1,5.10^7} \approx 110\,000\,000 \Rightarrow$ ongeveer 110 miljoen keer zo sterk.

57. Het geluid van 10 leerlingen tegelijk is niet tien keer het geluid van 1 leerling. Er zal wel een toename van het geluid zijn , maar dus niet 10 keer zoveel.

58. Gebruik de formule van het voorbeeld. $\Rightarrow$

$$10.\log\left(\frac{I_{vrachtwagen}}{I_o}\right) = 65 \Leftrightarrow \log\left(\frac{I_{vrachtwagen}}{I_o}\right) = 6,5 \Leftrightarrow \frac{I_{vr}}{I_0} = 10^{6,5} \;\square$$

$$\frac{I_{vr}}{10^{-12}} = 10^{6,5} \Rightarrow I_{vr} = 10^{-5,5} \text{ W/m}^2$$

$$10.\log\left(\frac{I_{vrachtwagen}}{I_o}\right) = 72 \Leftrightarrow \log\left(\frac{I_{vrachtwagen}}{I_o}\right) = 7,2 \Leftrightarrow \frac{I_{vr}}{I_0} = 10^{7,2}$$

$$\frac{I_{vr}}{10^{-12}} = 10^{7,2} \Rightarrow I_{vr} = 10^{-4,8} \text{ W/m}^2$$

Nu geldt $I_{totaal} = 10^{-5,5} + 10^{-4,8}$

$$\Rightarrow L = 10.\log\left(\frac{10^{-5,5} + 10^{-4,8}}{10^{-12}}\right) \approx 73 \text{ dB}$$

59.

a. Als $I = 10^{-5}$ W/m^2 dan $L = 10.\log\left(\dfrac{10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 70$ dB

Als $I = 0,25 \,.\, 10^{-5}$ W/m^2 dan $L = 10.\log\left(\dfrac{0,25.10^{-5}}{10^{-12}}\right) \approx 64$ dB

$\Rightarrow$ Er is dus dan een daling van 6 dB.

b. Nu is de afstand vier keer zo groot $\Rightarrow$ Het geluidsniveau gaat dan met 2 keer 6 dB = 12 dB omlaag. Het geluidniveau wordt dan dus 85 – 12 = 73 dB.

60. Als $L = 80$ dan krijgen we : $10.\log\left(\dfrac{I_{5boxen}}{10^{-12}}\right) = 80 \Leftrightarrow \log\left(\dfrac{I_{5boxen}}{10^{-12}}\right) = 8 \;\square$

$$\frac{I_{5boxen}}{10^{-12}} = 10^8 \Leftrightarrow I_{5boxen} = 10^{-4} \Rightarrow I_{1\text{ box}} = \frac{10^{-4}}{5} = 0,2.10^{-4} \text{ W/m}^2$$

Als $L = 90$ dan $10.\log\left(\dfrac{I_{totaal}}{10^{-12}}\right) = 90 \Leftrightarrow \log\left(\dfrac{I_{totaal}}{10^{-12}}\right) = 9 \Leftrightarrow \dfrac{I_{totaal}}{10^{-12}} = 10^9 \Rightarrow$

$I_{totaal} = 10^{-3}$ W/m^2

Verder zijn er in totaal $\dfrac{10^{-3}}{0,2.10^{-4}} = 50$ boxen. $\Rightarrow$

Er mogen dus 50 – 5 = 45 bij geplaatst worden.

61.

a. $\dfrac{100000}{10} = 10000$ $\Rightarrow$ de walvis is 10.000 keer zo zwaar

$\dfrac{100000}{0,002} = 50.10^6$ = 50 miljoen $\Rightarrow$ de walvis is 50 miljoen keer zo groot als de kolibri

b. 100.000 kg = 100.000.000 gram = 100 miljoen gram ~ 100 miljoen mm = 100 km $\Rightarrow$ de getallenlijn zou dan 100 km lang moeten zijn.

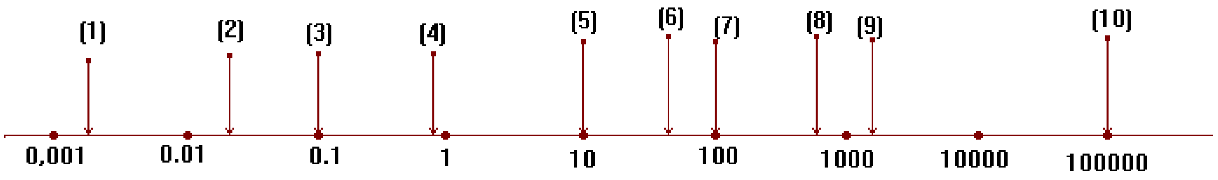
c. 1 mm ~ 1000 kg $\Rightarrow$ 100.000 kg ~ 100 mm = 10 cm De getallenlijn zou dan 10 cm lang moeten zijn. Als dat zo zou zijn dan zouden de eerste 8 gewichten binnen de 0,6 mm moeten komen. Praktisch niet te doen.

62.

De massa's zijn verticaal aangegeven.
log(0,002) ≈ -2,7 ; log (0,02) ≈ -1,7 ; log(0,1) = -1 ; log(0,9) ≈ -0,05 ; log(10) = 1
log(50) ≈ 1,7 ; log(100) = 2 ; log(600) ≈ 2,8 ; log(1500) ≈ 3,2 en log(100 000) = 5

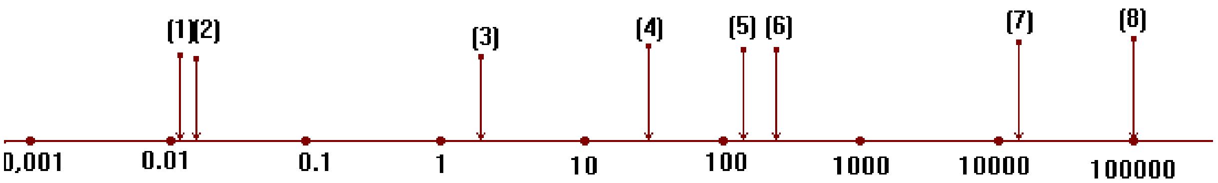
(1) : kolibri ; (2): muis ; (3) : mol ;(4) : egel ; (5) wasbeer

(6) : bruinvis ; (7) zeehond ; (8) : paard ; (9) : olifant ; (10) : walvis



63a. log(0,135) ≈ -0,9 ; log(0,15) ≈ -0,8 ; log(3,5) ≈ 0,5 ; log(34) ≈ 1,5
log(119) ≈ 2,1 ; log(245) ≈ 2,4 ; log(12860) ≈ 4,1 ; log(102300) ≈ 5,0

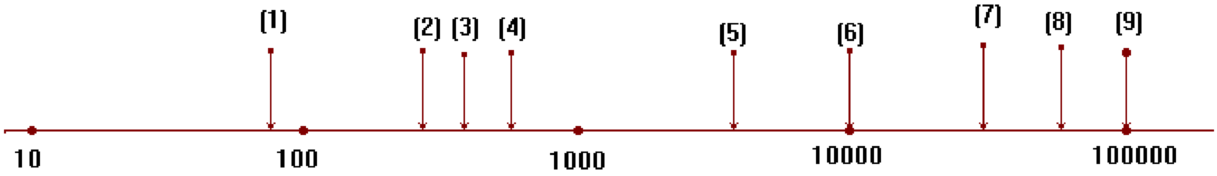
(1): Webra Speedy ; (2) : Motori Cipolla ; (3) :M2-10 ; (4) : Honda 450 ;
(5) : Continental ; (6) : Chrysler ; (7) : Farbank ; (8)m : Burmeister



b. Er geldt : log(G Techno) = -0,04 $\Rightarrow G_{Techno} = 10^{-0,04} \approx 0,9$ kg.
log(G Allison) = 3,1 $\Rightarrow G_{Allison} = 10^{3,1} \approx 1260$ kg.

64. log(88) ≈ 1,9 ; log(225) ≈ 2,4 ; log(365) ≈ 2,8 ; log(687) ≈ 2,8 ; log(1186 . 365) ≈ 3,6
log(29,46 . 365) ≈ 4,0 ; log(84,08 . 365) ≈ 4,5 ; log(164,8 . 365) ≈ 4,8 ; log(248,4 . 365) ≈ 5,0

(1) Mercurius ; (2): Venus ; (3): Aarde ; (4): Mars ; (5) : Jupiter ; (6): Saturnus ;
(7): Uranus ; (8) : Neptunus ; (9): Pluto



65.
a. A : 1,3 ; B: 7,5; C: 23 ; D: 55 ; E:150 ; F : 2400
b. Streepjes bij: 550 ; 210 ; 9,5 ; 2,4 ;
Geen streepjes bij: 310 ; 49 ; 1,25 ; 0
c. Bij 1 komt nu 10^3 te staan $\Rightarrow$ alle getallen worden daardoor 1000 keer zo groot $\Rightarrow$
A: 1300 ; B: 7500 ; C:23000 ; D: 55000 ; E: 150000; F:2400000.

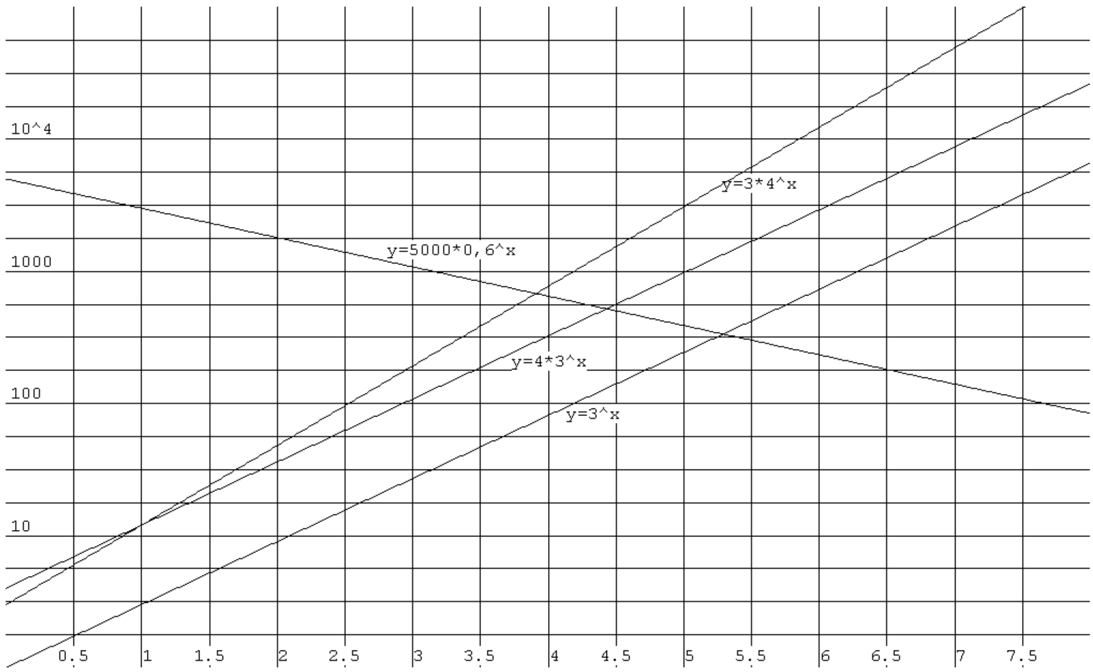
66.
a. Minimum bij : 11.000.000 kg ; maximum bij: $2,5*10^4 * 1000 = 25.000.000$ kg
b. In 2001 : $2,9 * 10^3 . 1000 = 2900.000$ kg tarbot en $5,3*10^4 *1000 = 53000.000$ kg schol
$\Rightarrow$ de factor is dan : $\dfrac{53.000.000}{2.900.000} \approx 18$ keer
c. In 2003: 13.5000.000 kg tong en in 1994: 25.000.000 kg $\Rightarrow$ het verschil is: 11.500.000 kg
Het percentage is: $\dfrac{11.500.000}{25.000.000}.100\% = 46\%$
d. 1 miljoen kg ~ 1 cm ; De grootste waarde is bij schol in 1994 . Dat is dan: $6,5.10^4.1000$ kg = 65 miljoen $\Rightarrow$ De grafiek zou 66 cm hoog moeten zijn.

67.

x	0	2	4	6	8
3^x	1	9	81	729	6561

De grafiek is een rechte lijn.

b en c.



c.

x	0	2	4	6	8
$x = 4.3^x$	4	36	324	2916	26244
$x = 3.4^x$	3	48	768	12288	196608
$x = 5000.0,6^x$	5000	1800	648	233	84

68.

a. Het is een rechte lijn op logaritmisch papier $\Rightarrow$ exponentiële functie $\Rightarrow$ Stel $N = b.g^t$
Nu aflezen uit de figuur twee punten die nogal ver uit elkaar liggen (dit om zoveel mogelijk onnauwkeurigheden te voorkomen) b.v. (1 , 30) en (7 , 400) De groeifactor per 6 eenheden is dan : $\frac{400}{30}$ $\Rightarrow$ de groeifactor per eenheid is dus : $\left(\frac{400}{30}\right)^{\frac{1}{6}} \approx 1{,}540 \Rightarrow N = b.1{,}540^t$

door het punt (1,30) $\Rightarrow$ $30 = b.\ 1{,}540$ $\Rightarrow$ $b = \frac{30}{1{,}540} \approx 19{,}5$ $\Rightarrow$

De gevraagde formule is: $N = 19{,}5.1{,}540^t$

b. Grafiek 2 is ook een lijn op logaritmisch papier $\Rightarrow$ exponentiële functie $\Rightarrow$ stel: $N = b.g^t$
Nu weer net zoals in onderdeel a 2 punten aflezen. $\Rightarrow$ de punten (2 , 100) en (6 , 20) $\Rightarrow$ de groeifactor per 4 eenheden is : $\frac{20}{100} = 0{,}20$ $\Rightarrow$ de groeifactor per eenheid is : $(0{,}20)^{0{,}25} \approx 0{,}669$

$\Rightarrow N = b.0{,}669^t$ door het punt (2 , 100) $\Rightarrow$ $100 = b\ .\ 0{,}669^2$ $\Rightarrow$ $b = \frac{100}{0{,}669^2} \approx 223$ $\Rightarrow$

de formule bij lijn 2 wordt: $N = 223.0{,}669^t$.

69.

a. De grafieken van de planten B en C zijn lijnen $\Rightarrow$ dus exponentiëel.
Punt B bij $t = 0$ geeft een lengte van 60 mm en na 30 dagen is de lengte 340 mm. $\Rightarrow$

$$\frac{340}{60} = g^{30} \Rightarrow \quad g = \left(\frac{340}{60}\right)^{\frac{1}{30}} \approx 1{,}060$$. Verder weet je dat de beginhoeveelheid 60 is. ⇒

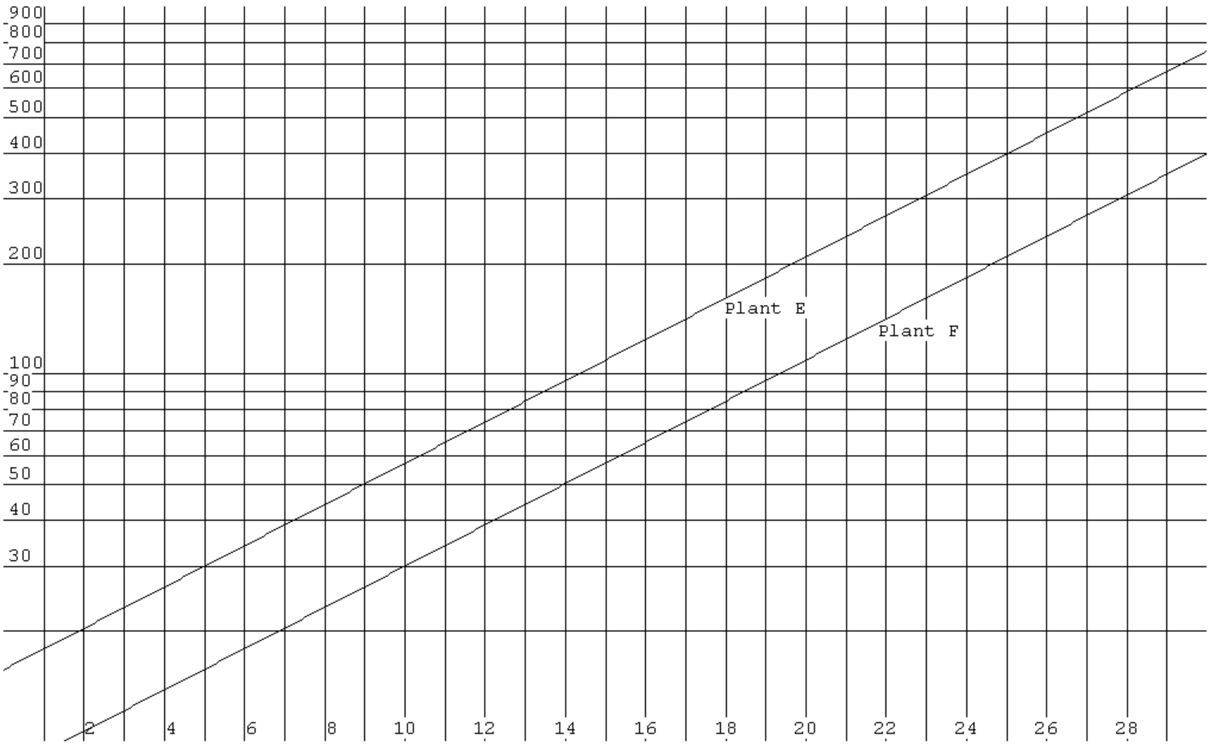
$L = 60 \,.\, 1{,}060^t$

Plant C heeft op $t = 0$ een lengte van 25 mm en na 30 dagen een lengte van 490 mm. ⇒

$$\frac{490}{25} = g^{30} \Rightarrow \quad g = \left(\frac{490}{25}\right)^{\frac{1}{30}} \approx 1{,}104$$. De beginhoeveelheid is 25 ⇒

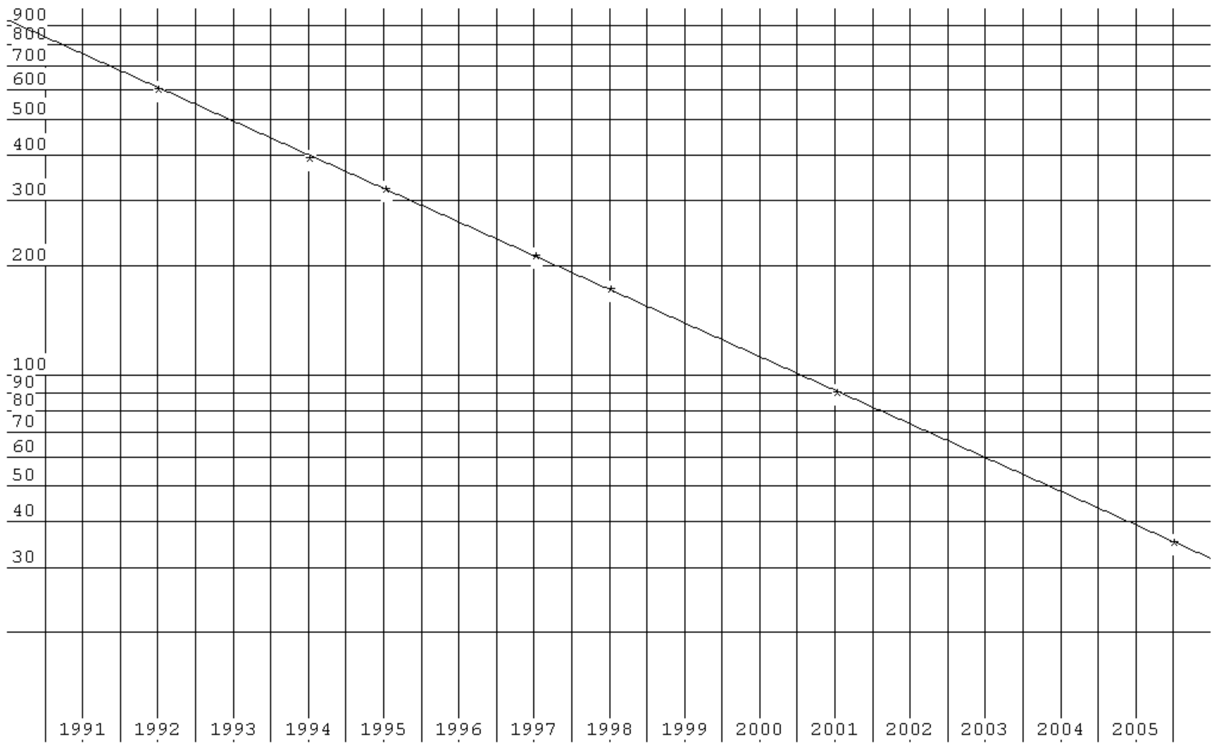
De formule wordt dus : $L = 25 \,.\, 1{,}104^t$

b. Plant E groeit exponentiëel en gaat door (5 , 30) en (25 , 400)



c. Zie de figuur.

70.

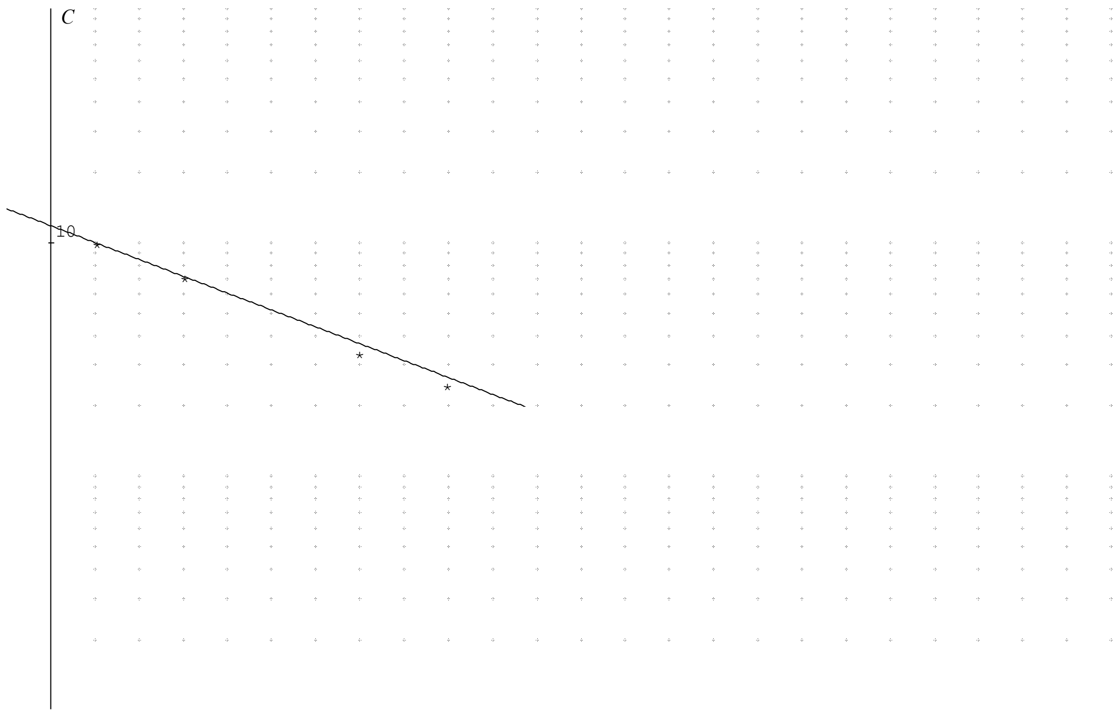


De punten liggen nagenoeg op een lijn . Het aantal prijzen neemt daarom exponentieel af.

b. Stel $y = b \cdot g^t$ Er geldt : $g^{14} = \dfrac{75}{610} \Rightarrow g \approx 0{,}861 \Rightarrow y = b \,.\, 0{,}861^t$. Nu b.v. het punt (2 , 610) invullen $\Rightarrow 610 = b \,.\, 0{,}861^2 \Rightarrow b \approx 823 \Rightarrow y \approx 823 \,.\, 0{,}86^t$.

71.

a.



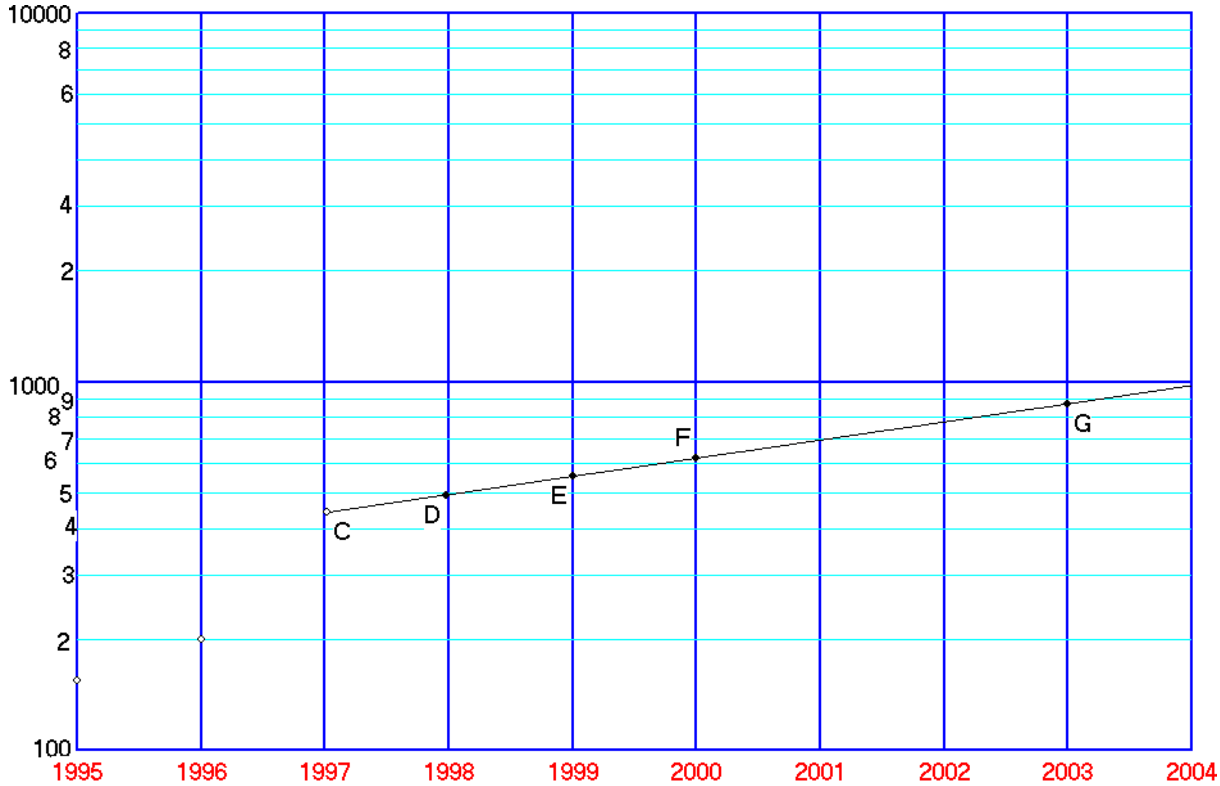
b. Het is een rechte lijn op logaritmisch papier $\Rightarrow$ stel $C = b.g^t$

Lijn door de punten (1 , 10) en (19 ; 0,5) $\Rightarrow$ de groeifactor in 18 uren is:
$\frac{0,5}{10} = 0,05$ $\Rightarrow$ de groeifactor per uur is dus: $0,05^{\frac{1}{18}} \approx 0,847$ $\Rightarrow$ Stel $C = b.0,847^t$ $\Rightarrow$ door het punt (1 , 10) $\Rightarrow 10 = b \;.\; 0,847 \Rightarrow b = \frac{10}{0,847} \approx 11,81 \Rightarrow C = 11,81.0,847^t$

c. Stel dat de patiënt x liter bloed heeft dan is de concentratie van het medicijn op $t = 0$ gelijk aan $\frac{60}{x}$ Verder geldt volgens de formule dat de concentratie op $t = 0$ gelijk is aan 11,81 $\Rightarrow$
$\frac{60}{x} = 11,81 \Rightarrow x = \frac{60}{11,81} \approx 5,1$ $\Rightarrow$ de patiënt heeft ongeveer 5 liter bloed.

72.

Jaar	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2003
Aantal	155	200	441	494	553	619	870



b. Vanaf 1997 liggen de punten ongeveer op een rechte lijn op enkellogaritmisch papier. Er is dan dus sprake van exponentiële groei.

c. In 1997 dus op $t = 2$ is het punt C(2 , 441) en in 2003 het punt G(8 , 870).
$\Rightarrow g^6 = \frac{870}{441} \approx 1,9727\ldots \Rightarrow g \approx 1,9727..^{\frac{1}{6}} \approx 1,12$
Nu geldt dus: $N = b \;.\; 1,12^t$ Nu het punt (2 , 441) invullen $\Rightarrow 441 = b \;.\; 1,12^2 \Rightarrow b \approx 352 \Rightarrow$
De formule wordt dus : $N = 352 \;.\; 1,12^t$

73. $N = 21{,}7 \cdot 1{,}026^t$ met N in miljoenen en t in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2004.

a. Op 1-1-2004 dan $N = 21{,}7$ miljoen ; Verdubbeling $\Rightarrow$ $N = 43{,}4$ miljoen. $\Rightarrow$ Er moet dan gelden : $1{,}026^t = 2$ $\Leftrightarrow$ $t = {}^{1{,}026}\log(2) = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}026)} \approx 27$ $\Rightarrow$ We krijgen een verdubbeling na ongeveer 27 jaar.

b. Ook dat zal ongeveer 27 jaar duren.

c. De verdubbeling is onafhankelijk van het aantal op een gegeven moment.

74. $g_{\text{jaar}} = 0{,}88$ $\Rightarrow$ $g_{\text{maand}} = 0{,}88^{\frac{1}{12}}$ Voor halvering moet gelden :

$$\left(0{,}88^{\frac{1}{12}}\right)^T = \tfrac{1}{2} \Leftrightarrow T = {}^{0{,}88^{\frac{1}{12}}}\log(\tfrac{1}{2}) \Leftrightarrow T = \frac{\log(\frac{1}{2})}{\log(0{,}88^{\frac{1}{12}})}.$$

75.

a. Toename is jaarlijks 13,1% $\Rightarrow$ De groeifactor per jaar is 1,131 . Er geldt nu :

$$\left(1{,}131^{\frac{1}{12}}\right)^T = 2 \Leftrightarrow T = \frac{\log(2)}{\log\left(1{,}131^{\frac{1}{12}}\right)} \approx 67{,}6$$ Na 5 jaar en ongeveer 8 maanden.

b. Afname is 8,5% $\Rightarrow$ De groeifactor is 0,915 . Nu geldt $0{,}915^t = 0{,}5$ $\Leftrightarrow$

$t = \dfrac{\log(0{,}5)}{\log(0{,}915)} \approx 7{,}8$. $\Rightarrow$ Na 7 weken en 6 dagen.

76.

a. Toename van 1,1% per jaar $\Rightarrow$ $g_{\text{jaar}} = 1{,}011$ Stel de verdubbelingstijd is $T \Rightarrow$

$1{,}011^T = 2$ $\Leftrightarrow$ $T = {}^{1{,}011}\log(2) \Leftrightarrow T = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}011)} \approx 63{,}4 \Rightarrow$

De verdubbelingstijd is ongeveer 63 jaar en 4 maanden.

b. Er geldt : $g^{10} = 1{,}083$ $\Leftrightarrow$ $g = (1{,}083)^{0{,}1} \approx 1{,}008$ u moet gelden :

$1{,}008^T = 2$ $\Leftrightarrow$ T $= T = {}^{1{,}008}\log(2) \Leftrightarrow T = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}008)} \approx 86{,}99 \Rightarrow$

De verdubbelingstijd is dus ongeveer 87 jaar.

77.

a. Afname van 8,3% $\Rightarrow$ de groeifactor is 0,917 per dag Voor halvering moet gelden :
$0{,}917^t = 0{,}5$ Voer in in GR : $y_1 = 0{,}917^x$ en $y_2 = 0{,}5$ Met intersect vinden we $x \approx 8{,}00 \Rightarrow$
De halveringstijd is ongeveer 8 dagen.

b. Nu moeten we oplossen $0{,}917^t = 0{,}1$ Nu invoeren $y_1 = 0{,}917^x$ en $y_3 = 0{,}1$ Met intersect vinden we $x \approx 26{,}6$ $\Rightarrow$ Na ongeveer 27 dagen is er nog ongeveer 10% over.

78.

a. Verdubbeling in 10 dagen $\Rightarrow g^{10} = 2 \quad \Rightarrow g = \sqrt[10]{2} = 2^{0,1} \approx 1{,}07177.... \Rightarrow$
Het groeipercentage is dus 7,2 % per dag.

b. Verdubbeling in 25 jaar $\Rightarrow\ g^{25} = 2 \Rightarrow \sqrt[25]{2} = 2^{\frac{1}{25}} \approx 1{,}02811 \Rightarrow$
Het groeipercentage per jaar is dus 2,8%.

c. Halveringstijd van 28 jaar $\Rightarrow g^{28} = 0{,}5 \Rightarrow g = \sqrt[28]{0{,}5} = (0{,}5)^{\frac{1}{28}} \approx 0{,}9755.. \Rightarrow$
De hoeveelheid neemt per jaar af met ongeveer 2,4%.

79.

a. $g^{1500} = 2 \ \Rightarrow g = \sqrt[1500]{2} = 2^{\frac{1}{1500}} \approx 2{,}00046 \ \Rightarrow$ groeipercentage per jaar is 0,046%

b. $g^{300} = 2 \ \Rightarrow g = \sqrt[300]{2} = 2^{\frac{1}{300}} \approx 1{,}00231 \ \Rightarrow$ groeipercentage per jaar is 0,23%

c. $g^{150} = 2 \ \Rightarrow g = \sqrt[150]{2} = 2^{\frac{1}{150}} \approx 1{,}00463 \Rightarrow$ groeipercentage per jaar is 0,46%

d. $g^{36} = 2 \ \Rightarrow g = \sqrt[36]{2} = 2^{\frac{1}{36}} \approx 1{,}01944 \ \Rightarrow$ groeipercentage per jaar is 1,94%

e. van 4,8 miljard naar 6,5 miljard in 19 jaar $\Rightarrow g^{19} = \dfrac{6{,}5}{4{,}8} \approx 1{,}35417 \ \Rightarrow$

$g = \sqrt[19]{1{,}35417} = 1{,}35417^{\frac{1}{19}} \approx 1{,}01609 \ \Rightarrow$ het groeipercentage per jaar is 1,61%

80. We moeten eerst het aantal halveringstijden bepalen. $\Rightarrow$

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\tau} = 0{,}53 \Leftrightarrow \tau = {}^{0,5}\log(0{,}53) = \frac{\log(0{,}53)}{\log(0{,}5)} \approx 0{,}916 \Rightarrow$$

De ouderdom van de gletsjerman is dus ongeveer 0,916 . 5730 ≈ 5248 jaar.
Hij is dus overleden in 1991 – 5248 = 3257 voor Christus.

81.

a. De oudheid van de botten is 217 + 2006 = 2223 jaar.

$\Rightarrow \tau = \dfrac{2223}{5730} \approx 0{,}387958 \quad \Rightarrow$ Het theoretisch percentage is : $(0{,}5)^{0{,}387958..} \cdot 100\% \approx 76{,}421\%$

b. Gevonden is : 77,293 % $\Rightarrow \left(\tfrac{1}{2}\right)^{\tau} = 0{,}77293 \Leftrightarrow \tau = {}^{0,5}\log(0{,}77293) = \dfrac{\log(0{,}77293)}{\log(0{,}5)}$

$\approx 0{,}3716 \ \Rightarrow$ De ouderdom is dan : 0,3716 . 5730 ≈ 2129 jaar.
Het verschil is dus : 2223 – 2129 ≈ 94 jaar.

82.

a. We krijgen : $\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\tau} = 0{,}0002 \Leftrightarrow \tau = {}^{0,5}\log(0{,}0002) = \dfrac{\log(0{,}0002)}{\log(0{,}5)} \approx 12{,}3$

$\Rightarrow$ Na 12,3 . 8 = 98 dagen was de hoeveelheid radioactief jodium nog maar 0,02%.

b. Er geldt : $g^8 = 0{,}5 \Leftrightarrow g = \left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 0{,}917.. \ \Rightarrow$

Er verdwijnt per dag 1 – 0,917 = 0,08299 ≈ 8,3%.