

Uitwerkingen wi vwo B1 H1 Vergelijkingen en ongelijkheden

1. I, II, IV, V

2.

a. $x^2 + 6 = 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = 2$

b. $x(x-1) = 12 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -3$

c. $2x^2 = 5x \Leftrightarrow 2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(2x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x = 5 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2,5$

d. $x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$

e. $x^2 = 11 \Leftrightarrow x = \sqrt{11} \vee x = -\sqrt{11}$

f. $x^2 + 4 = 1 \Leftrightarrow x^2 = -3$ Dit kan niet \Rightarrow geen oplossingen

3a. $3x^2 - 6x = 24 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$

b. $3x^2 - 6x = -3(x-6) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = -3x + 18 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$

c. $2x^2 - 3x = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25 \Rightarrow$

$$x = \frac{3+5}{4} \vee x = \frac{3-5}{4} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -0,5$$

d. $0,5x^2 - 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = -2$

e. $x^2 - 3x = 5(x-3) \Leftrightarrow x^2 - 3x = 5x - 15 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 3$

f. $2x^2 - 5x = 3x \Leftrightarrow 2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$

4a. $6 - x^2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8}$

b. $2x^2 = 9x + 5 \Leftrightarrow 2x^2 - 9x - 5 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 121 \Rightarrow$

$$x = \frac{9+11}{4} \vee x = \frac{9-11}{4} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = -0,5$$

c. $3(x+2)^2 + 5 = 80 \Leftrightarrow 3(x+2)^2 = 75 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 25 \Leftrightarrow x+2 = 5 \vee x+2 = -5 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -7$

$$d. \quad \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3 = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-3)^2 = 8 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 16 \Leftrightarrow x-3 = 4 \vee x-3 = -4 \Leftrightarrow x = 7 \vee x = -1$$

$$e. \quad -(2x-1)^2 + 5 = 1 \Leftrightarrow (2x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow 2x-1 = 2 \vee 2x-1 = -2 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = 1,5 \vee x = -0,5$$

$$f. \quad 8 - 3(4x-5)^2 = 5 \Leftrightarrow 3(4x-5)^2 = 3 \Leftrightarrow (4x-5)^2 = 1 \Leftrightarrow 4x-5 = 1 \vee 4x-5 = -1$$

$$4x = 6 \vee 4x = 4 \quad \square \quad x = 1,5 \vee x = 1$$

$$5a. \quad x^2 - 5x = 0 \quad \square \quad x(x-5) = 0 \quad \square \quad x = 0 \vee x = 5$$

$$b. \quad x^2 - 5x = 14 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow (x-7)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 7 \vee x = -2$$

$$c. \quad x^2 - 5 = 14 \quad \square \quad x^2 = 19 \quad \square \quad x = \sqrt{19} \vee x = -\sqrt{19}$$

$$d. \quad x^2 - 5 = 14x \Leftrightarrow x^2 - 14x - 5 = 0 \quad D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 216 \Rightarrow$$

$$x = \frac{14 - \sqrt{216}}{2} \vee x = \frac{14 + \sqrt{216}}{2}$$

$$e. \quad (2x-1)(3x+6) = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \vee 3x = -6 \Leftrightarrow x = 0,5 \vee x = -2$$

$$f. \quad (2x-1)(3x+6) = 9x \Leftrightarrow 6x^2 + 12x - 3x - 6 = 9x \Leftrightarrow 6x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$$

$$g. \quad (2x-1)3x = 6 \Leftrightarrow 6x^2 - 3x = 6 \Leftrightarrow 6x^2 - 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) =$$

$$17 \Rightarrow x = x = \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \vee x = \frac{1 + \sqrt{17}}{4}$$

$$h. \quad (2x-1) \cdot 3x = 6 - 9x \Leftrightarrow 6x^2 - 3x = 6 - 9x \Leftrightarrow 6x^2 + 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow D = 5$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

6.

$$a. \quad (x+3)^2 = 16x \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 16x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-9)(x-1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 9 \vee x = 1$$

$$b. \quad (2x+3)^2 = -16 \text{ kan niet} \Rightarrow \text{geen oplossingen}$$

$$c. \quad 2 \cdot (x+3)^2 = -4x \Leftrightarrow (x+3)^2 = -2x \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = -2x \Leftrightarrow x^2 + 8x + 9 = 0 \Rightarrow D = 64 - 36 = 28 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-8 + \sqrt{28}}{2} \vee x = \frac{-8 - \sqrt{28}}{2}$$

$$d. \quad (2x+3)(4-x) = 9 \Leftrightarrow 8x - 2x^2 + 12 - 3x = 9 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$$

$$x = \frac{5+7}{4} \vee x = \frac{5-7}{4} \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -0,5$$

e. $(-4x+3)^2 = 36 \Leftrightarrow -4x+3 = 6 \vee -4x+3 = -6 \Leftrightarrow -4x = 3 \vee -4x = -9 \Leftrightarrow x = -0,75 \vee x = 2,25$

f. $-4(x+3)^2 = 4x \Leftrightarrow (x+3)^2 = -x \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = -x \Leftrightarrow x^2 + 7x + 9 = 0 \Rightarrow D = 49 - 36 = 13 \Rightarrow$

$$x = \frac{-7 + \sqrt{13}}{2} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{13}}{2}$$

g. $x^2 - (x+1)^2 = (x+3)^2 \Leftrightarrow x^2 - (x^2 + 2x + 1) = x^2 + 6x + 9 \Leftrightarrow -2x - 1 = x^2 + 6x + 9 \Leftrightarrow$

$$x^2 + 8x + 10 = 0 \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 24 \Rightarrow x = \frac{-8 - \sqrt{24}}{2} \vee x = \frac{-8 + \sqrt{24}}{2}$$

h. $(x+3)^2 + (x+2)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + x^2 + 4x + 4 = 25 \Leftrightarrow 2x^2 + 10x + 13 - 25 = 0 \Leftrightarrow$
 $x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x+6)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = -6 \vee x = 1$

7. Gegeven : $x^2 + px - 6 = 0$

a. $p = -1 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \square (x-3)(x+2) = 0 \square x = 3 \vee x = -2$

b. $p = 2 \Rightarrow x^2 + 2x - 6 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 28 > 0 \Rightarrow 2$ oplossingen.

c. $x^2 + px - 6 = 0 \Rightarrow D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = p^2 + 24$ Deze laatste waarde is voor alle waarden van p groter dan 0 omdat p^2 een kwadraat is, geldt dus dat een kwadraat + 24 zelfs groter of gelijk is aan 24. \Rightarrow Deze vergelijking heeft dus voor alle waarden van p twee x -oplossingen.

8.

a. $x^2 - 7x + p = 0$ 2 oplossingen $\Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 1 \cdot p > 0 \square -4p > -49 \square p < 12,25$

b. $2x^2 - 5x - p = 0$ 2 oplossingen $\Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-p) > 0 \square 8p > -25 \square p > -3,125$

c. $-3x^2 + 4x - p = 0$ 2 oplossingen $\Rightarrow D = 16 - 4 \cdot (-3) \cdot (-p) > 0 \square -12p > -16 \square p < 1\frac{1}{3}$

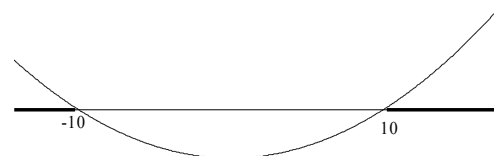
d. $0,25x^2 - 3x + p = 0$ 2 oplossingen $\Rightarrow D > 0 \Rightarrow 9 - 4 \cdot 0,25 \cdot p > 0 \square -p > -9 \square p < 9$

9a. $x^2 + px + 25 = 0$ 2 oplossingen $\Rightarrow D > 0 \square$

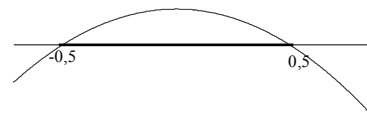
$$p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 > 0 \square p^2 - 100 > 0$$

$$p^2 = 100 \square p = -10 \vee p = 10 \quad \text{schets :}$$

$$\text{Aflezen} \Rightarrow p < -10 \vee p > 10$$



- b. $x^2 + px + 4 = 0$ geen oplossingen $\Rightarrow D < 0 \square$
 $p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 < 0 \square p^2 - 16 < 0$ Nulpunten : $p = 4$ of $p = -4$
 Schets en dan aflezen $\Rightarrow -4 < p < 4$
- c. $-2x^2 + px + 3 = 0$ $D = p^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3 = p^2 + 24 > 0$
 Een kwadraat + 24 is altijd groter dan 0 \Rightarrow geen oplossingen.
- 10a. Gegeven : $x^2 + 2x + p = 0$ $x = 1$ is een oplossing $\Rightarrow 1 + 2 + p = 0 \square p = -3 \Rightarrow$
 $x^2 + 2x - 3 = 0 \square (x + 3)(x - 1) = 0 \square x = -3 \vee x = 1 \Rightarrow$ De 2^e oplossing is dus -3.
- b. $px^2 - 11x + 10 = 0$ $x = 2$ is een oplossing $\Rightarrow 4p - 22 + 10 = 0 \square 4p = 12 \square p = 3$.
 De vergelijking wordt nu : $3x^2 - 11x + 10 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = 1 \Rightarrow$
 $x = \frac{11 - 1}{6} \vee x = \frac{11 + 1}{6} \Leftrightarrow x = 1\frac{2}{3} \vee x = 2 \Rightarrow p = 3$ en de andere oplossing is $1\frac{2}{3}$.
11. Gegeven: $px^2 + 3x + 1 = 0$
- a. $p = 0 \Rightarrow 3x + 1 = 0 \Rightarrow$ 1^e graadsvergelijking \Rightarrow 1 oplossing.
- b. Twee oplossingen $\Rightarrow D > 0 \square 9 - 4p > 0 \square -4p > -9 \square p < 2,25$
 Uit onderdeel a volgt dat voor $p = 0$ er maar 1 oplossing is. $\Rightarrow p < 2,25$ en $p \neq 0$.
- 12a. $px^2 + 5x + 2 = 0$ Twee oplossingen $\Rightarrow D > 0 \square 25 - 4 \cdot p \cdot 2 > 0 \square -8p > -25 \square p < 3,125$
 Als $p = 0$, dan eerste graadsvergelijking \Rightarrow 1 oplossing. Conclusie $p < 3,125$ en $p \neq 0$.
- b. $px^2 - 3x - 4 = 0$ Twee oplossingen $\Rightarrow D > 0 \square 9 - 4 \cdot p \cdot (-4) > 0 \square 16p > -9 \square p > -\frac{9}{16}$
 Bij $p = 0$ hebben we weer 1 oplossing (1^e-gr. verg) Conclusie : $p > -\frac{9}{16}$ en $p \neq 0$.
- 13a. $2x^2 + x + p = 0$ Geen oplossingen $\Rightarrow D < 0 \square 1 - 4 \cdot 2 \cdot p < 0 \square -8p < -1 \square p > 0,125$
- b. $px^2 + x + p = 0$ Twee oplossingen $\Rightarrow D > 0 \square 1 - 4p^2 > 0 \Rightarrow$
 nulpunten : $4p^2 = 1 \square$
 $2p = 1$ of $2p = -1 \square p = 0,5$ of $p = -0,5 \Rightarrow$
 $-0,5 < p < 0,5$ Als $p = 0$ dan weer 1 oplossing (1^e-gr. verg)
 Conclusie : $-0,5 < p < 0,5$ en $p \neq 0$.
- 14a. $px^2 + 6x + 9 = 0$ 1 oplossing $\Rightarrow D = 0 \square 36 - 4p \cdot 9 = 0 \square$
 $36p = 36 \square p = 1$
 Als $p = 0$ dan ook 1 oplossing (1^e-gr. verg) Conclusie: $p = 0 \vee p = 1$.
 Als $p = 1$ dan $x^2 + 6x + 9 = 0 \square (x + 3)^2 = 0 \square x = -3$
 Als $p = 0$ dan $6x + 9 = 0 \square 6x = -9 \square x = -1,5$
- b. $x^2 + px + 1 = 0$ 1 oplossing $\Rightarrow D = 0 \square p^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0 \square p^2 = 4 \square p = 2 \vee p = -2$
 Als $p = 2$ dan $x^2 + 2x + 1 = 0 \square (x + 1)^2 = 0 \square x = -1$.
 Als $p = -2$ dan $x^2 - 2x + 1 = 0 \square (x - 1)^2 = 0 \square x = 1$.
- 15a. $x^3 = 10$ heeft 1 oplossing en $x^3 = -10$ heeft ook 1 oplossing.



b. $x^4 = 10$ heeft twee oplossingen en $x^4 = -10$ heeft nul oplossingen. (want $x^4 \geq 0$)

16.a.

x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6
1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256	1024	X
5	25	125	625	X	X
6	36	216	X	X	X
7	47	343	X	X	X
8	64	X	X	X	X
9	81	X	X	X	X

17.

a. $x^6 = 20 \Leftrightarrow x = \sqrt[6]{20} \vee x = -\sqrt[6]{20}$

b. $5x^3 = 135 \Leftrightarrow x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3$

c. $0,5x^5 = 20 \Leftrightarrow x^5 = 40 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{40}$

d. $x^4 + 7 = 88 \Leftrightarrow x^4 = 81 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$

e. $1 - 3x^5 = 97 \Leftrightarrow -3x^5 = 96 \Leftrightarrow x^5 = -32 \Leftrightarrow x = -2$

f. $\frac{1}{4}x^8 + 3 = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^8 = 7 \Leftrightarrow x^8 = 28 \Leftrightarrow x = -\sqrt[8]{28} \vee x = \sqrt[8]{28}$

18

a. $5x^4 - 1 = 4 \Leftrightarrow 5x^4 = 5 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$

b. $5x^4 = -4 \Leftrightarrow x^4 = -0,8 \Rightarrow$ geen oplossingen

c. $5x^3 - 1 = 9 \Leftrightarrow 5x^3 = 10 \Leftrightarrow x^3 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{2}$

d. $8x^3 + 2 = 1 \Leftrightarrow 8x^3 = -1 \Leftrightarrow x^3 = -\frac{1}{8} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

e. $5x^6 + 7 = 97 \Leftrightarrow 5x^6 = 90 \Leftrightarrow x^6 = 18 \Leftrightarrow x = -\sqrt[6]{18} \vee x = \sqrt[6]{18}$

f. $0,1x^7 - 1 = 999 \square 0,1x^7 = 1000 \square x^7 = 10000 \square x = \sqrt[7]{10000}$

19

a. $3(x-2)^4 + 7 = 37 \Leftrightarrow 3(x-2)^4 = 30 \Leftrightarrow (x-2)^4 = 10$

$$x-2 = \sqrt[4]{10} \vee x-2 = -\sqrt[4]{10} \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt[4]{10} \vee x = 2 - \sqrt[4]{10}$$

b. $6 - (2x - 1)^3 = 1 \Leftrightarrow (2x - 1)^3 = 5 \Leftrightarrow 2x - 1 = \sqrt[3]{5} \Leftrightarrow 2x = 1 + \sqrt[3]{5} \Leftrightarrow x = 0,5 + 0,5\sqrt[3]{5}$

c. $0,5(3x - 1)^4 = 8 \square (3x - 1)^4 = 16 \square 3x - 1 = 2 \vee 3x - 1 = -2 \square 3x = 3 \vee 3x = -1 \square$
 $x = 1 \vee x = -\frac{1}{3}$

d. $100 - \frac{1}{3}(4x - 3)^5 = 19 \Leftrightarrow 81 = \frac{1}{3}(4x - 3)^5 \Leftrightarrow (4x - 3)^5 = 243 \square$
 $4x - 3 = \sqrt[5]{243} \Leftrightarrow 4x - 3 = 3 \Leftrightarrow 4x = 6 \Leftrightarrow x = 1,5$

20

a. $5x^4 - 3 = 17 \square 5x^4 = 20 \square x^4 = 4 \square x = \sqrt[4]{4} \vee x = -\sqrt[4]{4}$

b. $4x^3 - 5 = 1367 \square 4x^3 = 1372 \square x^3 = 343 \square x = 7$

c. $3(4x - 5)^3 = 15 \square (4x - 5)^3 = 5 \square 4x - 5 = \sqrt[3]{5} \square 4x = 5 + \sqrt[3]{5} \square x = \frac{5 + \sqrt[3]{5}}{4}$

d. $17 - 2(1 - 3x)^4 = 5 \square 2(1 - 3x)^4 = 12 \square (1 - 3x)^4 = 6 \square 1 - 3x = \sqrt[4]{6} \vee 1 - 3x = -\sqrt[4]{6}$
 \square
 $-3x = -1 + \sqrt[4]{6} \vee -3x = -1 - \sqrt[4]{6} \square x = \frac{-1 + \sqrt[4]{6}}{-3} \vee x = \frac{-1 - \sqrt[4]{6}}{-3} \square x = \frac{1 - \sqrt[4]{6}}{3} \vee x =$

$$\frac{1 + \sqrt[4]{6}}{3}$$

21. Gegeven $x^3 - x^2 - 2x = 0$

a. $x^3 - x^2 - 2x = 0 \square x(x^2 - x - 2) = 0$

b. $x(x^2 - x - 2) = 0 \square x(x - 2)(x + 1) = 0 \square x = 0 \vee x = 2 \vee x = -1$

22.

a. $x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \square x(x^2 - 5x + 6) = 0 \square x(x - 3)(x - 2) = 0 \square x = 0 \vee x = 3 \vee x = 2$

b. $x^3 - 5x^2 = 6x \square x^3 - 5x^2 - 6x = 0 \square x(x^2 - 5x - 6) = 0 \square x(x - 6)(x + 1) = 0 \square$
 $x = 0 \vee x = 6 \vee x = -1$

c. $x^3 = 4x^2 + 12x \square x^3 - 4x^2 - 12x = 0 \square x(x^2 - 4x - 12) = 0 \square x(x - 6)(x + 2) = 0 \square$
 $x = 0 \vee x = 6 \vee x = -2$

d. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow p^2 - 13p + 36 = 0 \square (p - 9)(p - 4) = 0 \square$
 $p = 9 \vee p = 4 \square x^2 = 9 \vee x^2 = 4 \square x = 3 \vee x = -3 \vee x = 2 \vee x = -2$

23.

a. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow p^2 - 10p + 9 = 0 \square (p - 9)(p - 1) = 0 \square p = 9 \vee p = 1 \square$
 $x^2 = 9 \vee x^2 = 1 \square x = 3 \vee x = -3 \vee x = 1 \vee x = -1$

b. $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow p^2 - 8p - 9 = 0 \square (p - 9)(p + 1) = 0 \square p = 9 \vee p = -1 \square$
 $x^2 = 9 \vee x^2 = -1$ (k.n.) $\square x = 3 \vee x = -3$

c. $x^4 + 16 = 10x^2$ Stel $x^2 = p \Rightarrow p^2 - 10p + 16 = 0 \quad \square (p-8)(p-2) = 0 \quad \square p = 8 \vee p = 2 \quad \square$
 $x^2 = 8 \vee x^2 = 2 \quad \square x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8} \vee x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$

d. $x^3 + 25x = 10x^2 \quad \square x^3 - 10x^2 + 25x = 0 \quad \square x(x^2 - 10x + 25) = 0 \quad \square x(x-5)(x-5) = 0 \quad \square$
 $x = 0 \vee x = 5$

24. Gegeven: $2x^4 - 11x^2 + 12 = 0$

a. Stel $x^2 = p \Rightarrow 2p^2 - 11p + 12 = 0 \quad D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 25 \Rightarrow$
 $p = \frac{11+5}{4} \vee p = \frac{11-5}{4} \Leftrightarrow p = 4 \vee p = 1,5$

b. $x^2 = 4 \vee x^2 = 1,5 \quad \square x = 2 \vee x = -2 \vee x = -\sqrt{1,5} \vee x = \sqrt{1,5}$

25.

a. $6x^4 + 2 = 7x^2 \quad \square 6x^4 - 7x^2 + 2 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow 6p^2 - 7p + 2 = 0 \quad D = 49 - 4 \cdot 6 \cdot 2 = 1 \Rightarrow$
 $p = \frac{7-1}{12} \vee p = \frac{7+1}{12} \quad \square p = 0,5 \vee p = \frac{2}{3} \quad \square x^2 = 0,5 \vee x^2 = \frac{2}{3} \quad \square$
 $x = -\sqrt{0,5} \vee x = \sqrt{0,5} \vee x = -\sqrt{\frac{2}{3}} \vee x = \sqrt{\frac{2}{3}}$

b. $2x^4 = x^2 + 3 \quad \square 2x^4 - x^2 - 3 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow 2p^2 - p - 3 = 0 \quad D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 \Rightarrow$
 $p = \frac{1+5}{4} \vee p = \frac{1-5}{4} \quad \square p = -1 \vee p = 1,5 \quad \square x^2 = -1 \text{ (k.n.)} \vee x^2 = 1,5 \quad \square x = -\sqrt{1,5} \vee x = \sqrt{1,5}$

c. $4x^4 + 7x^2 = 2 \quad \square 4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow 4p^2 + 7p - 2 = 0 \quad D = 49 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 \Rightarrow$
 $p = \frac{-7+9}{8} \vee p = \frac{-7-9}{8} \quad \square p = 0,25 \vee p = -2 \Rightarrow x^2 = 0,25 \vee x^2 = -2 \text{ (k.n.)} \quad \square$
 $x = 0,5 \vee x = -0,5$

d. $16x^4 + 225 = 136x^2 \quad \square 16x^4 - 136x^2 + 225 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow 16p^2 - 136p + 225 = 0$
 $D = (-136)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 225 = 4096 \Rightarrow p = \frac{136-64}{32} \vee p = \frac{136+64}{32} \quad \square p = 2,25 \vee p = 6,25 \quad \square$
 $x^2 = 2,25 \vee x^2 = 6,25 \quad \square x = -1,5 \vee x = 1,5 \vee x = -2,5 \vee x = 2,5$

26.

a. $4x^4 + 153 = 53x^2 \quad \square 4x^4 - 53x^2 + 153 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow 4p^2 - 53p + 153 = 0 \Rightarrow$
 $D = (-53)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 153 = 361 \Rightarrow p = \frac{53-19}{8} \vee p = \frac{53+19}{8} \quad \square p = 4,25 \vee p = 9 \quad \square$
 $x^2 = 4,25 \vee x^2 = 9 \quad \square x = -\sqrt{4,25} \vee x = \sqrt{4,25} \vee x = 3 \vee x = -3$

b. $4x^4 + 21x^2 = 148 \quad \square 4x^4 + 21x^2 - 148 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow 4p^2 + 21p - 148 = 0$
 $D = 21^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-148) = 2809 \Rightarrow p = \frac{-21-53}{8} \vee p = \frac{-21+53}{8} \quad \square p = -9,25 \vee p = 4 \quad \square$
 $x^2 = -9,25 \text{ (k.n.)} \vee x^2 = 4 \quad \square x = -2 \vee x = 2$

c. $4x^6 + 35 = 24x^3 \quad \square \quad 4x^6 - 24x^3 + 35 = 0$ Stel $x^3 = p \Rightarrow 4p^2 - 24p + 35 = 0$
 $D = 24^2 - 4 \cdot 4 \cdot 35 = 16 \Rightarrow p = \frac{24 - 4}{8} \vee p = \frac{24 + 4}{8} \quad \square \quad p = 2,5 \vee p = 3,5 \quad \square$
 $x^3 = 2,5 \vee x^3 = 3,5 \quad \square \quad x = \sqrt[3]{2,5} \vee x = \sqrt[3]{3,5}$

d. $64x^6 + 27 = 224x^3 \quad \square \quad 64x^6 - 224x^3 + 27 = 0$ Stel $x^3 = p \Rightarrow 64p^2 - 224p + 27 = 0 \Rightarrow$
 $D = (-224)^2 - 4 \cdot 64 \cdot 27 = 43264 \Rightarrow p = \frac{224 - 208}{128} \vee p = \frac{224 + 208}{128} \quad \square$
 $p = 0,125 \vee p = 3,375 \quad \square \quad x^3 = 0,125 \vee x^3 = 3,375 \quad \square \quad x = 0,5 \vee x = 1,5$

27.

- a. De getallen zijn 7 en -7.
 b. Dan moet gelden : $2x - 1 = 7$ of $2x - 1 = -7 \quad \square \quad 2x = 8$ of $2x = -6 \quad \square \quad x = 4$ of $x = -3 \Rightarrow$
 de getallen zijn dus 4 en -3.

28.

a. $|2x - 1| = 8 \quad \square \quad 2x - 1 = 8 \vee 2x - 1 = -8 \quad \square \quad 2x = 9 \vee 2x = -7 \quad \square \quad x = 4,5 \vee x = -3,5$

b. $|x^2 - 3| = 1 \quad \square \quad x^2 - 3 = 1 \vee x^2 - 3 = -1 \quad \square \quad x^2 = 4 \vee x^2 = 2 \quad \square$
 $x = 2 \vee x = -2 \vee x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$

c. $|2x^2 - 5| = 11 \quad \square \quad 2x^2 - 5 = 11 \vee 2x^2 - 5 = -11 \quad \square \quad 2x^2 = 16 \vee 2x^2 = -6$ (k.n.) \square
 $x^2 = 8 \quad \square \quad x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8}$

d. $|5 - x^2| = 11 \quad \square \quad 5 - x^2 = 11 \vee 5 - x^2 = -11 \quad \square \quad x^2 = -6$ (k.n.) $\vee x^2 = 16 \quad \square \quad x = 4 \vee x = -4$

29.

a. $|2x^4 - 5| = 15 \quad \square \quad 2x^4 - 5 = 15 \vee 2x^4 - 5 = -15 \quad \square \quad 2x^4 = 20 \vee 2x^4 = -10$ (k.n.) \square
 $x^4 = 10 \quad \square \quad x = \sqrt[4]{10} \vee x = -\sqrt[4]{10}$

b. $|2x^3 - 5| = 15 \quad \square \quad 2x^3 - 5 = 15 \vee 2x^3 - 5 = -15 \quad \square \quad 2x^3 = 20 \vee 2x^3 = -10 \quad \square$
 $x^3 = 10 \vee x^3 = -5 \quad \square \quad x = \sqrt[3]{10} \vee x = -\sqrt[3]{5}$

c. $|x^4 - 5x^2| = 6 \quad \square \quad x^4 - 5x^2 = 6 \vee x^4 - 5x^2 = -6 \quad \square \quad x^4 - 5x^2 - 6 = 0 \vee x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ Stel $x^2 = p \Rightarrow$
 $p^2 - 5p - 6 = 0 \vee p^2 - 5p + 6 = 0 \quad \square \quad (p - 6)(p + 1) = 0 \vee (p - 3)(p - 2) = 0 \quad \square$
 $p = 6 \vee p = -1 \vee p = 3 \vee p = 2 \quad \square \quad x^2 = 6 \vee x^2 = -1$ (k.n.) $\vee x^2 = 3 \vee x^2 = 2 \quad \square$
 $x = \sqrt{6} \vee x = -\sqrt{6} \vee x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3} \vee x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$

d. $|x^6 - 10x^3| = 24 \quad \square \quad x^6 - 10x^3 = 24 \vee x^6 - 10x^3 = -24 \quad \square$
 $x^6 - 10x^3 - 24 = 0 \vee x^6 - 10x^3 + 24 = 0$ Stel $x^3 = p \Rightarrow p^2 - 10p - 24 = 0 \vee p^2 - 10p + 24 = 0 \quad \square$
 $(p - 12)(p + 2) = 0 \vee (p - 6)(p - 4) = 0 \quad \square \quad p = 12 \vee p = -2 \vee p = 6 \vee p = 4 \quad \square$
 $x^3 = 12 \vee x^3 = -2 \vee x^3 = 6 \vee x^3 = 4 \quad \square \quad x = \sqrt[3]{12} \vee x = -\sqrt[3]{2} \vee x = \sqrt[3]{6} \vee x = \sqrt[3]{4}$

30.

a. $\sqrt{2x - 5} = 3$ kwadr. $2x - 5 = 9 \Leftrightarrow 2x = 14 \Leftrightarrow x = 7$

b. $\sqrt{2x-5} = -3$ kan niet want het bereik van een wortel is groter of gelijk aan nul.

31.

a. $x = \sqrt{5x+14}$ kwadr. $\Rightarrow x^2 = 5x+14 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow (x-7)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 7 \vee x = -2$ controle: $7 = \sqrt{35+14} = \sqrt{49}$ klopt en $-2 = \sqrt{-10+14}$ klopt niet $\Rightarrow x = 7$

b. $3x = \sqrt{8x+20}$ kwadr. $\Rightarrow 9x^2 = 8x+20 \Leftrightarrow 9x^2 - 8x - 20 = 0$ $D = b^2 - 4ac = 64 - 4 \cdot 36 \cdot (-20) = 784 \Rightarrow x = \frac{8+28}{18} = 2 \vee x = \frac{8-28}{18} = -\frac{10}{9}$ controle:
 $6 = \sqrt{16+20} = \sqrt{36}$ klopt en $-\frac{10}{9} = \sqrt{\dots\dots}$ kan niet $\Rightarrow x = 2$

c. $5\sqrt{x} = x$ kwadr. $\Rightarrow 25x = x^2 \Leftrightarrow -x^2 + 25x = 0 \Leftrightarrow -x(x-25) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 25$ controle $\Rightarrow 5 \cdot \sqrt{0} = 0$ klopt en $5 \cdot \sqrt{25} = 5 \cdot 5 = 25$ klopt ook $\Rightarrow x = 0 \vee x = 25$

d. $3x = \sqrt{18x+72}$ kwadr. $\Rightarrow 9x^2 = 18x+72 \Leftrightarrow 9x^2 - 18x - 72 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$ controle: $12 = \sqrt{18 \cdot 4 + 72} = \sqrt{144}$ klopt en $-6 = \sqrt{\dots\dots}$ kan niet $\Rightarrow x = 4$

32.

a. $4 - 3\sqrt{x} = 2 \square 3\sqrt{x} = 2 \square \sqrt{x} = \frac{2}{3} \square x = \frac{4}{9}$ voldoet.

b. $5\sqrt{x} - 2x = 0 \square 5\sqrt{x} = 2x$ kwadr. $\Rightarrow 25x = 4x^2 \square 4x^2 - 25x = 0 \square x(4x - 25) = 0 \square x = 0 \vee x = 6,25$ voldoen allebei.

c. $2x - 5\sqrt{x} = 3 \square 5\sqrt{x} = 2x - 3$ kwadr. $\Rightarrow 25x = 4x^2 - 12x + 9 \square 4x^2 - 37x + 9 = 0$
 $D = (-37)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 1225 \Rightarrow x = \frac{37+35}{8} \vee x = \frac{37-35}{8} \square x = 9 \vee x = 0,25$
 $x = 9$ voldoet en $x = 0,25$ voldoet niet.

d. $5 - 2\sqrt{x} = 3 \square 2\sqrt{x} = 2 \square \sqrt{x} = 1 \square x = 1$ voldoet.

33.

a. $2x + \sqrt{x} = 10 \square \sqrt{x} = 10 - 2x$ kwadr. $\Rightarrow x = 100 - 40x + 4x^2 \square 4x^2 - 41x + 100 = 0$
 $D = (-41)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 100 = 81 \square x = \frac{41-9}{8} \vee x = \frac{41+9}{8} \square x = 4$ voldoet $\vee x = 6,25$ voldoet niet,
 want $\sqrt{6,25} \neq 10 - 12,5$

b. $\sqrt{x+12} = x$ kwadr. $\Rightarrow x+12 = x^2 \square x^2 - x - 12 = 0 \square (x-4)(x+3) = 0 \square x = 4 \vee x = -3$
 $x = 4$ voldoet en $x = -3$ voldoet niet want $\sqrt{9} \neq -3$

c. $2x + \sqrt{x} = 6 \quad \square \quad \sqrt{x} = 6 - 2x$ kwadr. $\Rightarrow x = 36 - 24x + 4x^2 \quad \square \quad 4x^2 - 25x + 36 = 0$
 $D = (-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 36 = 49 \Rightarrow x = \frac{25-7}{8} \quad \vee \quad x = \frac{25+7}{8} \quad \square \quad x = 2,25 \quad \vee \quad x = 4$
 $x = 2,25$ geeft $4,5 + 1,5 = 6$ klopt en $x = 4$ geeft $8 + 2 \neq 6$ voldoet niet. $\Rightarrow x = 2,25$

d. $10 - x\sqrt{x} = 2 \quad \square \quad x\sqrt{x} = 8$ kwadr. $\Rightarrow x^3 = 64 \quad \square \quad x = 4$
 controle : $10 - 4 \cdot 2 = 2$ voldoet $\Rightarrow x = 4$

34. Gegeven : $(x\sqrt{x})^2 + x\sqrt{x} - 6 = 0$

a. Stel $x\sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 + p - 6 = 0 \quad \square \quad (p+3)(p-2) = 0 \quad \square \quad p = -3 \vee p = 2$

b. Uit a: $x\sqrt{x} = -3 \Rightarrow x^3 = 9 \quad \square \quad x = \sqrt[3]{9}$ Controle: $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{9} \neq -3$ voldoet niet
 2° oplossing $x\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x^3 = 4 \quad \square \quad x = \sqrt[3]{4}$ controle: $4 + 2 = 6$!!!!! klopt.

35.

a. $x^3 - 9x\sqrt{x} + 8 = 0$ Stel $x\sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 - 9p + 8 = 0 \quad \square \quad (p-8)(p-1) = 0 \quad \square \quad p = 8 \vee p = 1 \quad \square$
 $x\sqrt{x} = 8 \quad \vee \quad x\sqrt{x} = 1 \quad \square \quad x\sqrt{x} = 8 \Rightarrow x^3 = 64 \Rightarrow x = 4$ of $x^3 = 1 \Rightarrow x = 1$
 Controle: $x = 4$ geeft $64 - 72 + 8 = 0$ klopt.
 $x = 1$ geeft $1 - 9 + 8 = 0$ klopt.

b. $x^3 + 27 = 28x\sqrt{x}$ Stel $x\sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 - 28p + 27 = 0 \quad \square \quad (p-27)(p-1) = 0 \quad \square$
 $p = 27 \vee p = 1 \quad \square \quad x\sqrt{x} = 27 \vee x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x^3 = 729 \vee x^3 = 1 \quad \square \quad x = 9 \vee x = 1$
 $x = 9$ geeft $729 + 27 = 28 \cdot 27 \quad \square \quad 756 = 756$ klopt.
 $x = 1$ geeft $1 + 27 = 28$ klopt.

c. $8x^3 + 8 = 65x\sqrt{x}$ Stel $x\sqrt{x} = p \Rightarrow 8p^2 - 65p + 8 = 0 \quad D = (-65)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 8 = 3969 \Rightarrow$
 $p = \frac{65-63}{16} \quad \vee \quad p = \frac{65+63}{16} \quad \square \quad p = 0,125 \quad \vee \quad p = 8 \Rightarrow$
 $x\sqrt{x} = 0,125 \vee x\sqrt{x} = 8 \Rightarrow x^3 = \frac{1}{64} \vee x^3 = 64 \quad \square \quad x = 0,25 \vee x = 4$
 controle: $x = 0,25$ geeft $8 \cdot \frac{1}{64} + 8 = 65 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 8 \frac{1}{8} = 8 \frac{1}{8}$ klopt.
 $x = 4$ geeft $8 \cdot 64 + 8 = 65 \cdot 4 \cdot 2 \quad \square \quad 520 = 520$ klopt.

d. $x^5 - 33x^2 \cdot \sqrt{x} + 32 = 0$ Stel $x^2 \cdot \sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 - 33p + 32 = 0 \quad \square \quad (p-32)(p-1) = 0 \quad \square$
 $p = 32 \vee p = 1 \quad \square \quad x^2 \cdot \sqrt{x} = 32 \vee x^2 \cdot \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x^5 = 1024 \vee x^5 = 1 \quad \square \quad x = 4 \vee x = 1$
 $x = 4$ geeft: $1024 - 33 \cdot 16 \cdot 2 + 32 = -32 + 32 = 0$ klopt.
 $x = 1$ geeft : $1 - 33 + 32 = 0$ klopt.

36.

a. $x^3 + 30 = 11x\sqrt{x}$ Stel $x\sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 - 11p + 30 = 0 \quad \square \quad (p-5)(p-6) = 0 \quad \square \quad p = 5 \vee p = 6 \quad \square$
 $x\sqrt{x} = 5 \vee x\sqrt{x} = 6 \Rightarrow x^3 = 25 \vee x^3 = 36 \quad \square \quad x = \sqrt[3]{25} \quad \vee \quad x = \sqrt[3]{36}$
 $x = \sqrt[3]{25}$ geeft $25 + 30 = 11 \cdot 5$ klopt
 $x = \sqrt[3]{36}$ geeft $36 + 30 = 11 \cdot 6$ klopt ook.

b. $x^3 + 125 = 126x\sqrt{x}$ Stel $x\sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 - 126p + 125 = 0 \quad \square \quad (p-125)(p-1) = 0 \quad \square$
 $p = 125 \vee p = 1 \quad \square \quad x\sqrt{x} = 125 \vee x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x^3 = 15625 \vee x^3 = 1 \quad \square \quad x = 25 \vee x = 1$

$x = 25$ geeft : $15625 + 125 = 126.25.5 \square 15750 = 15750$ klopt

$x = 1$ geeft : $1 + 125 = 126 \cdot 1.1$ klopt ook.

c. $x^5 + 10 = 7x^2 \cdot \sqrt{x}$ Stel $x^2 \cdot \sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 - 7p + 10 = 0 \square (p - 5)(p - 2) = 0 \square p = 5 \vee p = 2 \square$
 $x^2 \cdot \sqrt{x} = 5 \vee x^2 \cdot \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x^5 = 25 \vee x^5 = 4 \square x = \sqrt[5]{25} \vee x = \sqrt[5]{4}$
 $x = \sqrt[5]{25}$ geeft : $25 + 10 = 7.5$ klopt en
 $x = \sqrt[5]{4}$ geeft : $4 + 10 = 7.2$ klopt.

d. $32x^5 + 32 = 1025x^2 \cdot \sqrt{x}$ Stel $x^2 \cdot \sqrt{x} = p \Rightarrow 32p^2 - 1025p + 32 = 0$
 $D = 1025^2 - 4 \cdot 32^2 = 1046529 \Rightarrow p = \frac{1025 - 1023}{64} \vee p = \frac{1025 + 1023}{64} \square p = \frac{1}{32} \vee p = 32 \square$
 $x^2 \cdot \sqrt{x} = \frac{1}{32} \vee x^2 \cdot \sqrt{x} = 32 \square x^5 = \frac{1}{1024} \vee x^5 = 1024 \square x = 0,25 \vee x = 4$
 $x = 0,25$ geeft $32 \cdot \frac{1}{1024} + 32 = 1025 \cdot \frac{1}{32} \square 32 \cdot \frac{1}{32} = 32 \cdot \frac{1}{32}$ klopt.
 $x = 4$ geeft $32 \cdot 1024 + 32 = 1025 \cdot 32 \square 32800 = 32800$ klopt.

37. $x - \sqrt{x} = 12$

Mijn voorkeur is substitutie. Stel $\sqrt{x} = p \Rightarrow p^2 - p - 12 = 0 \square (p - 4)(p + 3) = 0 \square$

$p = 4 \vee p = -3 \square \sqrt{x} = 4 \vee \sqrt{x} = -3$ (k.n.) $\square x = 16$

$x = 16$ geeft $16 - 4 = 12$ klopt.

38. $\frac{x}{2} = \frac{x+4}{x}$

a. Kruistabel is hetzelfde als kruislings vermenigvuldigen $\Rightarrow x^2 = 2(x+4) \square$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$

b. $x^2 - 2x - 8 = 0 \square (x - 4)(x + 2) = 0 \square x = 4 \vee x = -2$ voldoen allebei.

39.

a. $\frac{x+3}{x-1} = \frac{10}{x} \Rightarrow x(x+3) = 10(x-1) \Leftrightarrow x^2 + 3x = 10x - 10 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow$

$(x - 5)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 2$ bij deze waarden zijn de noemers niet 0 \Rightarrow goede opl.

b. $\frac{2x+3}{x+1} = \frac{2x+2}{x-1} \Rightarrow (2x+3)(x-1) = (2x+2)(x+1) \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 3x - 3 = 2x^2 + 4x + 2 \Leftrightarrow$

$x - 4x = 3 + 2 \Leftrightarrow -3x = 5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$ voldoet (noemers zijn dan niet 0)

c. $\frac{x-3}{x+1} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3(x+1) = 2(x-3) \Leftrightarrow 3x + 3 = 2x - 6 \Leftrightarrow x = -9$ voldoet

d. $\frac{x-1}{x} + 1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x} = 2 \Rightarrow x - 1 = 2x \Leftrightarrow -x = 1 \Leftrightarrow x = -1$ voldoet

$$e. \frac{3x+4}{x-1} = \frac{x+18}{x} \Rightarrow x(3x+4) = (x-1)(x+18) \Leftrightarrow 3x^2 + 4x = x^2 + 18x - x - 18 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - 13x + 18 = 0 \quad D = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 25 \Rightarrow x = \frac{13+5}{4} \vee x = \frac{13-5}{4} \Leftrightarrow$$

$x = 4,5 \vee x = 2$ de oplossingen voldoen (noemers niet 0)

$$f. \frac{2x-5}{4-x} = \frac{x+2}{3x-4} \Rightarrow (x+2)(4-x) = (2x-5)(3x-4) \Leftrightarrow$$

$$4x - x^2 + 8 - 2x = 6x^2 - 8x - 15x + 20 \Leftrightarrow -7x^2 + 25x - 12 = 0 \Rightarrow D = 25^2 - 4 \cdot (-7) \cdot (-12) =$$

$$289 \Rightarrow x = \frac{-25+17}{-14} \vee x = \frac{-25-17}{-14} \Leftrightarrow x = \frac{4}{7} \vee x = 3 \text{ voldoen, want de noemers zijn dan niet 0.}$$

40.

$$a. \frac{5x^2-15}{x^2+5} = 0 \quad \square \quad 5x^2 - 15 = 0 \quad \square \quad x^2 = 3 \quad \square \quad x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3} \text{ voldoen.}$$

$$b. \frac{x^2-3}{x^2+1} = \frac{x-1}{x^2+1} \quad \square \quad x^2 - 3 = x - 1 \quad \square \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad \square \quad (x-2)(x+1) = 0 \quad \square \quad x = 2 \vee x = -1 \text{ voldoen}$$

$$c. \frac{x^2-4}{2x+5} = \frac{x^2-4}{x+4} \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \vee 2x + 5 = x + 4 \quad \square \quad x = 2 \vee x = -2 \vee x = -1 \text{ voldoen alle drie.}$$

$$d. \frac{x^2+1}{x+1} = \frac{x+3}{x+1} \Rightarrow x^2 + 1 = x + 3 \quad \square \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad \square \quad (x-2)(x+1) = 0 \quad \square \quad x = 2 \text{ voldoet } \vee$$

$x = -1$ voldoet niet !!

41.

$$a. \frac{3x^2-10}{x^2+1} = 2 \quad \square \quad 3x^2 - 10 = 2x^2 + 2 \quad \square \quad x^2 = 12 \quad \square \quad x = \sqrt{12} \vee x = -\sqrt{12} \text{ voldoen.}$$

$$b. \frac{x^3-8}{x^2+2} = \frac{x^3-8}{x+8} \quad \square \quad x^3 - 8 = 0 \vee x^2 + 2 = x + 8 \quad \square \quad x^3 = 8 \vee x^2 - x - 6 = 0 \quad \square$$

$x = 2 \vee (x-3)(x+2) = 0 \quad \square \quad x = 2 \vee x = 3 \vee x = -2$ voldoen alle drie.

$$c. \frac{3x^2-10}{(x^2+1)^2} = \frac{2}{25} \Rightarrow 2(x^2+1)^2 = 25(3x^2-10) \quad \text{Stel } x^2 = p \Rightarrow$$

$$2(p+1)^2 = 25(3p-10) \quad \square \quad 2(p^2+2p+1) = 75p-250 \quad \square \quad 2p^2+4p+2-75p+250=0 \quad \square$$

$$2p^2-71p+252=0 \Rightarrow D = (-71)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 252 = 3025 \Rightarrow$$

$$p = \frac{71-55}{4} \vee p = \frac{71+55}{4} \quad \square \quad p = 4 \vee p = 31,5 \quad \square \quad x^2 = 4 \vee x^2 = 31,5 \quad \square$$

$x = 2 \vee x = -2 \vee x = \sqrt{31,5} \vee x = -\sqrt{31,5}$ voldoen alle vier.

d. $\frac{6x^2 - 12}{(x^2 - 1)^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4(x^2 - 1)^2 = 3(6x^2 - 12)$ Stel $x^2 = p \Rightarrow 4(p - 1)^2 = 3(6p - 12) \square$
 $4(p^2 - 2p + 1) = 18p - 36 \square 4p^2 - 8p + 4 - 18p + 36 = 0 \square 4p^2 - 26p + 40 = 0 \Rightarrow$
 $D = (-26)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 40 = 36 \Rightarrow p = \frac{26 - 6}{8} \vee p = \frac{26 + 6}{8} \square p = 2,5 \vee p = 4 \square$
 $x^2 = 2,5 \vee x^2 = 4 \square x = \sqrt{2,5} \vee x = -\sqrt{2,5} \vee x = 2 \vee x = -2$ voldoen alle vier.

42. $l: y = -0,25x + 3$

a. $(0,3)$ op $l \Rightarrow 3 = -0,25 \cdot 0 + 3$ klopt ; Verder ligt voldoet $(0,3)$ ook aan de vergelijking $x + 4y = 12$ want $0 + 4 \cdot 3 = 12$.

b. $(4,2)$ ligt op l want $2 = -0,25 \cdot 4 + 3$.

c. $y = -0,25x + 3 \quad * 4 \square 4y = -x + 12 \square x + 4y = 12$.

43. $l: 3x - y = 6$

x	0	2
y	-6	0

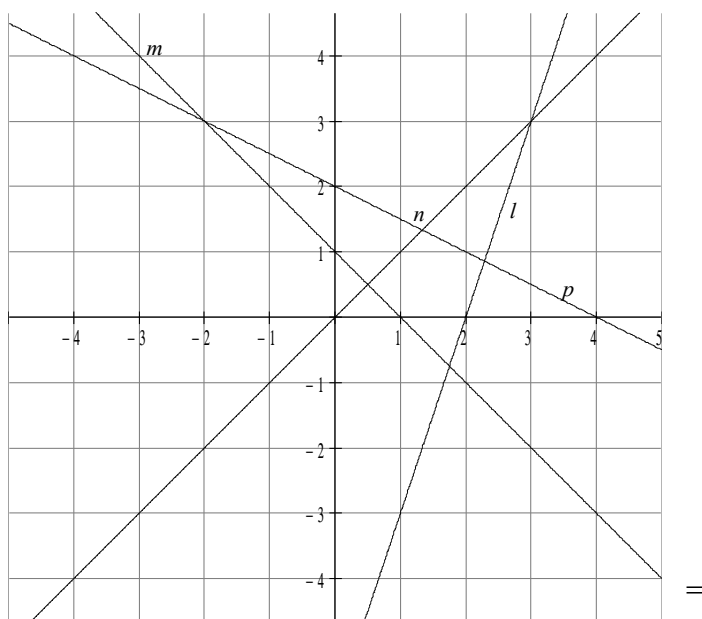
$m: x + y = 1$

x	0	1
y	1	0

$n: x - y = 0 \Rightarrow y = x$

x	0	4
y	2	0

$p: x + 2y = 4$



44. $l: 4x - 3y = 24$

a. Snijpunt x -as $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow 4x = 24 \square x = 6 \Rightarrow$ snijpunt is $(6,0)$

Snijpunt y -as $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow -3y = 24 \square y = -8 \square$ snijpunt $(0,-8)$

- b. $A(8,3) : 4 \cdot 8 - 3 \cdot 3 = 32 - 9 = 23 \neq 24 \Rightarrow A$ ligt niet op l .
 $B(18,16) : 4 \cdot 18 - 3 \cdot 16 = 72 - 48 = 24 \Rightarrow B$ ligt op l .
 $C(-30,-48) : 4 \cdot (-30) - 3 \cdot (-48) = -120 + 144 = 24 \Rightarrow C$ ligt ook op l .
- c. $x = 16$ en $y = p$ voldoen aan $4x - 3y = 24 \Rightarrow 4 \cdot 16 - 3 \cdot p = 24 \Rightarrow 64 - 3p = 24 \Rightarrow 3p = 40$
 $\Rightarrow p = 13\frac{1}{3}$.
- d. Dan geldt: $4q - 3 \cdot 48 = 24 \Rightarrow 4q = 168 \Rightarrow q = 42$

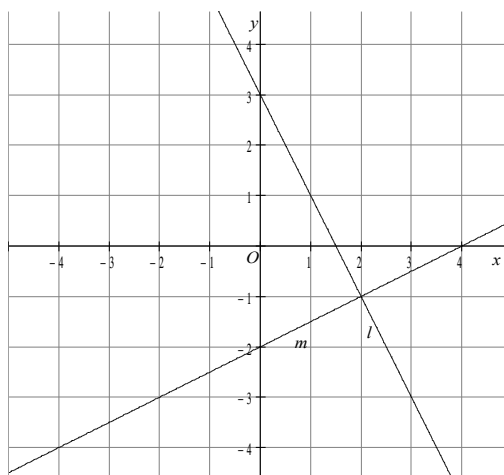
45. Gegeven: $l: 2x + y = 3$ en $m: x - 2y = 4$

x	0	1,5
y	3	0

$l:$

x	0	4
y	-2	0

$m:$



- b. Na aflezen is het snijpunt $(2,-1)$
- c. $(2,-1)$ voldoet aan beide vergelijkingen want:
 $2 \cdot 2 - 1 = 3$ en $2 - 2 \cdot (-1) = 4$.

46.

a.
$$\begin{cases} 5x - 4y = -8 \\ -x + 4y = -12 \end{cases} \text{ optellen } \Rightarrow \begin{cases} 4x = -20 \\ -x + 4y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ 5 + 4y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ 4y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -4\frac{1}{4} \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} -2x + y = 7 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \text{ aftrekken } \Rightarrow \begin{cases} -2y = 8 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ -2x - 12 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ -2x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5,5 \\ y = -4 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} -x - 3y = -8 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \text{ optellen } \Rightarrow \begin{cases} -3x = -9 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ -6 + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1\frac{2}{3} \end{cases}$$

47.

- a. Als je nu optelt dan krijg je: $5x - y = 23$ Er is dus geen variabele verdwenen.
- b. Als je aftrekt dan krijg je: $x - 7y = -9$ Er is dus ook hier geen variabele verdwenen.

48.

a.
$$\begin{cases} 3x + 5y = -7 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \left| \begin{array}{l} 1 \\ -5 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 5y = -7 \\ -10x - 5y = 0 \end{cases} \text{ optellen } \Rightarrow \begin{cases} -7x = -7 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 3x - y = 19 \end{cases} \left| \begin{array}{l} 3 \\ -2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 12y = 18 \\ -6x + 2y = -38 \end{cases} \text{ optellen } \Rightarrow \begin{cases} -10y = -20 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 2x - 8 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} 4x + y = 13 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \begin{array}{l} |2 \\ |1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 2y = 26 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \text{optellen} \begin{cases} 9x = 27 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3 - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

49.

$$a. \begin{cases} 5x + 2y = 69 \\ x + 3y = -7 \end{cases} \begin{array}{l} |1 \\ |-5 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 69 \\ -5x - 15y = 35 \end{cases} \text{optellen} \begin{cases} -13y = 104 \\ x + 3y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -8 \\ x - 24 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = -8 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 2x - 5y = -19 \\ 5x + 4y = 35 \end{cases} \begin{array}{l} |4 \\ |5 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 20y = -76 \\ 25x + 20y = 175 \end{cases} \text{optellen} \begin{cases} 33x = 99 \\ 5x + 4y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 15 + 4y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} 0,8x + 0,2y = 1 \\ 0,3x - 0,3y = 1,5 \end{cases} \begin{array}{l} |30 \\ |20 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 24x + 6y = 30 \\ 6x - 6y = 30 \end{cases} \text{optellen} \begin{cases} 30x = 60 \\ 6x - 6y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 12 - 6y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

50. We moeten het bijbehorende stelsel oplossen \Rightarrow

$$\begin{cases} 3x - 2y = -12 \\ x + 4y = 38 \end{cases} \begin{array}{l} |2 \\ |1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ x + 4y = 38 \end{cases} \text{optellen} \begin{cases} 7x = 14 \\ x + 4y = 38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 4y = 38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 9 \end{cases}$$

 \Rightarrow Het snijpunt van de lijnen l en m is $(2,9)$ 51. Gegeven : $y = x^2 + bx + c$ door $(1,-2)$ en $(2,3)$

$$a. \text{ Parabool door } (1,-2) \Rightarrow -2 = 1 + b + c \quad \square \quad b + c = -3$$

$$b. \text{ Door } (2,3) \Rightarrow 3 = 4 + 2b + c \quad \square \quad 2b + c = -1$$

c. We hebben dus een stelsel met onbekenden b en c . Oplossen \Rightarrow

$$\begin{cases} b + c = -3 \\ 2b + c = -1 \end{cases} \text{aftrekken} \begin{cases} -b = -2 \\ b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -5 \end{cases}$$

52. Gegeven $y = ax^2 + c$ door $(1,8)$ en $(2,17) \Rightarrow$

$$8 = a + c \quad \text{en} \quad 17 = 4a + c \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4a + c = 17 \\ a + c = 8 \end{cases} \text{aftrekken} \begin{cases} 3a = 9 \\ a + c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{De formule is dus: } y = 3x^2 + 5$$

53. k door $(2,8) \Rightarrow 2a + b = 8$ en l door $(2,8) \Rightarrow 2b + a = 8 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2a + b = 8 \\ a + 2b = 8 \end{cases} \begin{array}{l} |1 \\ |-2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 8 \\ -2a - 4b = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3b = -8 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{8}{3} \\ 2a + \frac{8}{3} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{8}{3} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}$$

54.

a. $y = x^2 + px + q$ snijdt $y = 2px - q$ in $(2, -1) \Rightarrow$
 $4 + 2p + q = -1$ en $4p - q = -1 \Rightarrow \begin{cases} 2p + q = -5 \\ 4p - q = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6p = -6 \\ 4p - q = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -1 \\ -4 - q = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -1 \\ q = -3 \end{cases}$

b. Nu $y = x^2 - x - 3$ snijden met $y = -2x - 3 \Rightarrow x^2 - x - 3 = -2x + 3 \square x^2 + x - 6 = 0 \square$
 $(x + 3)(x - 2) = 0 \square x = -3 \vee x = 2 \Rightarrow$ De snijpunten zijn $(-3, 9)$ en $(2, -1)$ (al bekend)

55. $y = ax^2 + bx + c$ door $(-2, -10)$ en $(0, 4) \Rightarrow$

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = -10 \\ c = 4 \\ 9a + 3b + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 4a - 2b = -14 \quad |3| \\ 9a + 3b = 1 \quad |2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 12a - 6b = -42 \\ 18a + 6b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 30a = -40 \\ 9a + 3b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{3} \\ -12 + 3b = 1 \\ c = 4 \end{cases} \square$$

$a = -\frac{4}{3}$; $b = 4\frac{1}{3}$ en $c = 4 \Rightarrow$ De formule is nu : $y = -\frac{4}{3}x^2 + 4\frac{1}{3}x + 4$

56. Snijpunt van l en $m \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ y = 4x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3(4x - 10) = 12 \\ y = 4x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 12x - 30 = 12 \\ y = 4x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x = 42 \\ y = 4x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

Het snijpunt is dus $(3, 2)$

57.

a. $\begin{cases} 2x + 2y = 9 \\ y = 4x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2(4x - 3) = 9 \\ y = 4x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 8x - 6 = 9 \\ y = 4x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 15 \\ y = 4x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 3 \end{cases}$

b. $\begin{cases} y = 0,5x + 1 \\ 3x + 6y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,5x + 1 \\ 3x + 6(0,5x + 1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,5x + 1 \\ 3x + 3x + 6 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,5x + 1 \\ 6x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 1\frac{1}{6} \end{cases}$

c. $\begin{cases} x = 5y - 3 \\ 3x + 4y = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 3 \\ 3(5y - 3) + 4y = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 3 \\ 15y - 9 + 4y = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 3 \\ 19y = 38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$

58.

a. $\begin{cases} y = x^2 - 3 \\ x - y = -3 \end{cases} \Rightarrow x - (x^2 - 3) = -3 \square -x^2 + x + 3 = -3 \square x^2 - x - 6 = 0 \square (x - 3)(x + 2) = 0 \square$

$x = 3 \vee x = -2$ Als $x = 3$ dan $y = 6$ en als $x = -2$ dan $y = 1 \Rightarrow$ oplossing: $(3, 6)$ en $(-2, 1)$

b. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (5 - 3x)^2 = 25 \\ y = 5 - 3x \end{cases} \Rightarrow x^2 + 25 - 30x + 9x^2 = 25 \square 10x^2 - 30x = 0 \square$

$10x(x - 3) = 0 \square x = 0 \vee x = 3 \Rightarrow$

Als $x = 0$ dan $y = 5$ en als $x = 3$ dan $y = -4 \Rightarrow$ oplossing: $(0, 5)$ en $(3, -4)$

c.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ xy = 8 \end{cases} \quad \text{We weten dat } (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 20 + 16 \\ xy = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = 36 \\ xy = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 6 \\ xy = 8 \end{cases} \vee \begin{cases} x+y = -6 \\ xy = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6-x \\ x(6-x) = 8 \end{cases} \vee \begin{cases} y = -6-x \\ x(-6-x) = 8 \end{cases}$$

\Rightarrow 1) $6x - x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = 2 \Rightarrow$
als $x = 4$ dan $y = 2$ en als $x = 2$ dan $y = 4$

2) $-6x - x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+4) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = -4 \Rightarrow$
als $x = -2$ dan $y = -4$ en als $x = -4$ dan $y = -2$

Totale oplossing: $(4,2)$; $(2,4)$; $(-2,-4)$ en $(-4,-2)$

59. I : substitutie $x^2 = p$ geeft een 2egraadsvergelijking en die is op te lossen.

II: niet direct oplosbaar.

III: $x^4 - x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^3 - x^2 - 2) = 0$ geeft $x = 0$ en $x^3 - x^2 - 2 = 0$ Deze laatste vergelijking geeft problemen.

IV: $x^4 - x^3 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 - x - 2 = 0$ Deze vergelijking is dus op te lossen.

60. $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$

a. Aflezen van de snijpunten geeft $(-1,0)$; $(1,0)$; $(2,0)$ en $(3,0) \Rightarrow$
De x -coördinaten zijn dus : -1 ; 1 ; 2 en 3 .

b. Controle : $(-1,0)$: $(-1)^4 - 5 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-1)^2 + 5 \cdot (-1) - 6 = 1 + 5 + 5 - 5 - 6 = 0$ klopt.
 $(1,0)$: $1 - 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 - 6 = 0$ klopt.
 $(2,0)$: $16 - 5 \cdot 8 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 2 - 6 = 16 - 40 + 20 + 10 - 6 = 0$ klopt.
 $(3,0)$: $81 - 5 \cdot 27 + 5 \cdot 9 + 5 \cdot 3 - 6 = 81 - 135 + 45 + 15 - 6 = 0$ klopt.

61.

a. Aflezen geeft de snijpunten $(-1,2)$; $(2,1)$ en $(4,-2) \Rightarrow$ De x -coördinaten zijn dus : -1 ; 2 en 4 .

b. Nu de controle: $x = -2$: $0,5 \cdot (-8) - 2,4 \cdot 4 \cdot (-2) + 8 = -0,5 \cdot (-8) + 2,4 \cdot 8 \Leftrightarrow$

$$-4 - 8 + 8 + 8 = 4 + 8 - 8 \Leftrightarrow 4 = 4 \text{ en dit klopt inderdaad.}$$

$$\text{Nu bij } x = 2 : 0,5 \cdot 8 - 2,4 \cdot 4 \cdot 2 + 8 = -0,5 \cdot 8 + 2,4 \cdot 8 \Leftrightarrow 4 - 8 - 8 + 8 = -4 + 8 - 8 \Leftrightarrow -4 = -4 \text{ en dit klopt.}$$

$$\text{Nu bij } x = 4 : 0,5 \cdot 64 - 2,16 - 4,4 + 8 = -0,5 \cdot 64 + 2,16 - 8 \Leftrightarrow$$

$$32 - 32 - 16 + 8 = -32 + 32 - 8 \Leftrightarrow -8 = -8 \text{ en dit klopt } \Rightarrow$$

De oplossingen van de vergelijking zijn : $x = -2 \vee x = 2 \vee x = 4$

62.

a. $x^3 - 4x^2 + 3 = 0$ Voer in : $y_1 = x^3 - 4x^2 + 3$

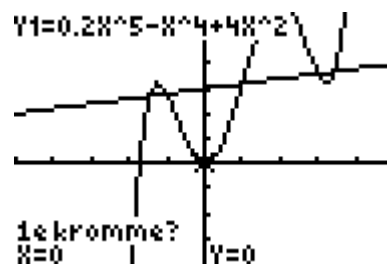
Met de optie zero vinden we $x \approx -0,79$; $x = 1 \vee x \approx 3,79$

b. $x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x - 1 = 0$ Voer in $y_1 = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + x - 1$

Met optie zero vinden we : $x \approx -0,58 \vee x \approx 3,34$.

- c. $0,4x^3 + 2x^2 + x - 2 = x + 2 \iff 0,4x^3 + 2x^2 - 4 = 0$ Voer in : $y_1 = 0,4x^3 + 2x^2 - 4$
Met de optie zero vinden we $x \approx -4,51 \vee x \approx -1,76 \vee x \approx 1,26$

- d. $0,2x^5 - x^4 + 4x^2 = 0,2x + 3$ Voer nu in : $y_1 = 0,2x^5 - x^4 + 4x^2$ en $y_2 = 0,2x + 3$ en neem b.v. het window $[-5,5] X [-4,6]$ Zie ook het scherm:



Nu vinden we met de optie intersect :

$$x \approx -1,45 \vee x = -1 \vee x = 1 \vee x = 3 \vee x \approx 3,45$$

63.

- a. $0,5x^3 - 5x^2 + 20 = 0$ Voer in $y_1 = 0,5x^3 - 5x^2 + 20$
Met de optie zero vinden we : $x \approx -1,84 \vee x \approx 2,28 \vee x \approx 9,56$

- b. $0,1x^4 + 0,1x^3 - 12x^2 + 50 = 25x \iff 0,1x^4 + 0,1x^3 - 12x^2 + 50 - 25x = 0$
Voer in : $y_1 = 0,1x^4 + 0,1x^3 - 12x^2 + 50 - 25x$ Neem b.v. het window $[-12,12]$ en pas zoomfit toe. De snijpunten met de x -as zijn nu goed zichtbaar. Met de optie zero vinden we :
 $x = -10 \vee x \approx -3,53 \vee x \approx 1,26 \vee x \approx 11,27$.

64.

- a. $|x^3 - 9x| = 5$ Voer in $y_1 = |x^3 - 9x|$ en $y_2 = 5$ en neem b.v. het window $[-1,8] X [-2, 9]$
Met intersect vinden we : $x \approx -3,25 \vee x \approx -2,67 \vee x \approx -0,58 \vee x \approx 0,58 \vee x \approx 2,67 \vee x \approx 3,25$

- b. $|x^3 - 9x| = x + 5$ Voer in $y_1 = |x^3 - 9x|$ en $y_2 = x + 5$ en neem b.v. het window $[-1,8] X [-2, 9]$
Met intersect vinden we : $x = 3,39 \vee x \approx 2,44 \vee x \approx 0,66 \vee x \approx -0,51 \vee x \approx -3,10 \vee x \approx -2,87$.

65

- a. $|x^4 - x^3 + x - 5| = x + 3$ Voer in $y_1 = |x^4 - x^3 + x - 5|$ en $y_2 = x + 3$
Neem b.v. het window $[-4,4] X [-2, 10]$ Met intersect vinden we :
 $x \approx -1,48 \vee x \approx -1,26 \vee x = 1 \vee x = 2$.

- b. $|x^3 - 5x^2 - 2x + 24| = 20$ Voer in : $y_1 = |x^3 - 5x^2 - 2x + 24|$ en $y_2 = 24$
Neem na wat zoeken , het window $[-7,7] X [0, 30]$
Met intersect vinden we : $x \approx -2,55 \vee x = -1 \vee x \approx 0,76 \vee x \approx 5,24$

- c. $|x^2 - 4x| = |x^2 + 2x - 3|$ Voer in : $y_1 = |x^2 - 4x|$ en $y_2 = |x^2 + 2x - 3|$ en neem b.v. het window $[-6,6] X [-2,8]$
Met intersect vinden we $x \approx -0,82 \vee x \approx 0,5 \vee x \approx 1,82$.

- d. $|x^3 - 4x^2 - 3x + 10| = 0$ Voer in : $y_1 = |x^3 - 4x^2 - 3x + 10|$
Neem b,v het window $[-6,6] X [-10,10]$ Met zero vinden we :
 $x \approx -1,63 \vee x \approx 1,48 \vee x \approx 4,14$.

66.

- a. Voer in $y_1 = f(x) = -x^2 + 6x$ en $y_2 = g(x) = x + 4$ Met intersect vinden we: $x = 1$ en $x = 4$.

- b. We gaan eerst kijken in de schets van het boek. We lezen dan af: f ligt boven g voor :
 $1 < x < 4$.

67.

a. $x^2 - 3x \leq 14 \iff x^2 - 3x - 14 \leq 0$ Voer in : $y_1 = x^2 - 3x - 14$

Met de optie zero vinden we :

$x \approx -2,531 \vee x \approx 5,531$ Verder lezen we af uit de schets :

$-2,531 \leq x \leq 5,531$



b. $x^2 + 2x > 11 \iff x^2 + 2x - 11 > 0$ Voer in : $y_1 = x^2 + 2x - 11$

Met de optie zero vinden we : $x \approx -4,464 \vee x \approx 2,464$

We lezen vervolgens af uit de schets :

$x < -4,464 \vee x > 2,464$

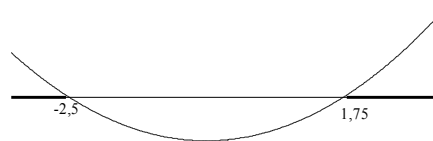


c. $8x^2 + 6x - 35 \geq 0$ Voer in : $y_1 = 8x^2 + 6x - 35$

Met de optie zero vinden we : $x = -2,5 \vee x = 1,75$

We lezen vervolgens af uit de schets

$x \leq -2,5 \vee x \geq 1,75$



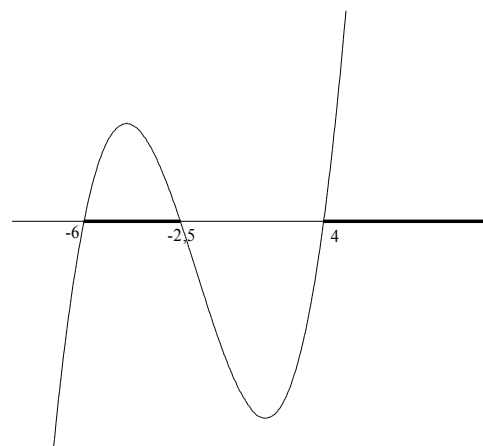
d. $x^3 + 4,5x^2 < 19x + 60 \iff x^3 + 4,5x^2 - 19x - 60 < 0$

Voer in : $y_1 = x^3 + 4,5x^2 - 19x - 60$

Met de optie zero vinden we : $x = -6 \vee x = -2,5 \vee x = 4$

We lezen vervolgens af uit de schets

$x < -6 \vee -2,5 < x < 4$



68.

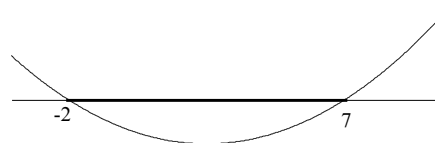
a. $x^2 - 5x < 14 \iff x^2 - 5x - 14 < 0$

Nulpunten: $(x - 7)(x + 2) = 0 \iff$

$x = 7 \vee x = -2$

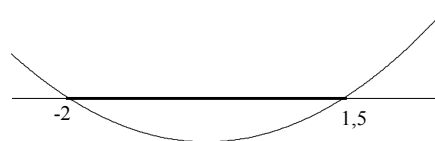
Nu de schets. Daar lezen we af :

$x^2 - 5x - 14 < 0$ voor : $-2 < x < 7$

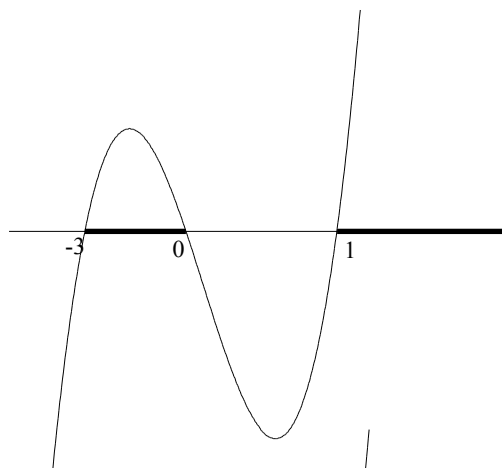


- b. $2x^2 - 3x \geq 2 \iff 2x^2 - 3x - 2 \geq 0$
 Nulpunten: $2x^2 - 3x - 2 = 0 \implies$
 $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$
 $x = \frac{3+5}{4} = 2 \vee x = \frac{3-5}{4} = -0,5$
 Nu de schets. Daar lezen we af :
 $2x^2 - 3x - 2 \geq 0$ voor : $x \leq -0,5 \vee x \geq 2$

- c. $x^2 - 4x \leq -x^2 - 5x + 6 \iff 2x^2 + x - 6 \leq 0$
 Nulpunten uit $2x^2 + x - 6 = 0 \implies$
 $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49 \implies$
 $x = \frac{-1-7}{4} = -2 \vee x = \frac{-1+7}{4} = 1,5$
 Schets en vervolgens aflezen \implies
 $-2 \leq x \leq 1,5$

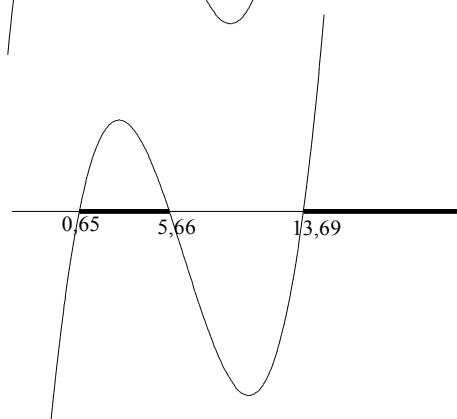


- d. $x^3 + 2x^2 > 3x \iff x^3 + 2x^2 - 3x > 0$
 Nulpunten uit : $x^3 + 2x^2 - 3x = 0 \iff$
 $x(x^2 + 2x - 3) = 0 \iff x(x+3)(x-1) = 0$
 $\iff x = 0 \vee x = -3 \vee x = 1$
 Schets en vervolgens aflezen \implies
 $-3 < x < 0 \vee x > 1$

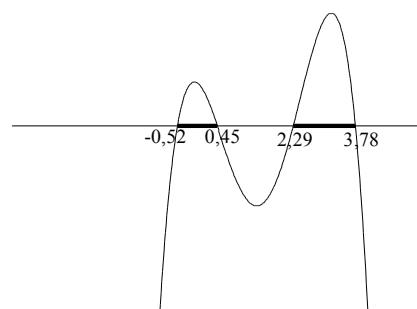


69.

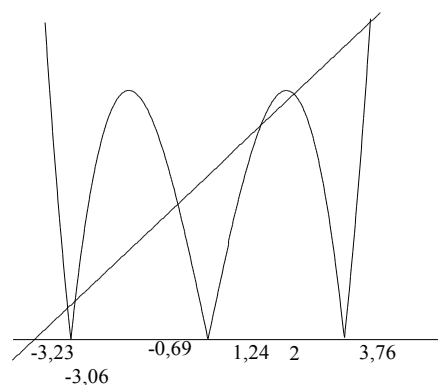
- a. $0,1x^3 - 2x^2 + 8x + 10 \geq -x + 15 \iff$
 $0,1x^3 - 2x^2 + 9x - 5 \geq 0$
 Voer in : $y_1 = 0,1x^3 - 2x^2 + 9x - 5$ en
 neem b.v. het window $[-5,15] \times [-18,12]$
 Met de optie zero vinden we :
 $x \approx 0,65 \vee x \approx 5,66 \vee x \approx 13,69$
 Schets en vervolgens aflezen geeft :
 $0,65 \leq x \leq 5,66 \vee x \geq 13,69$



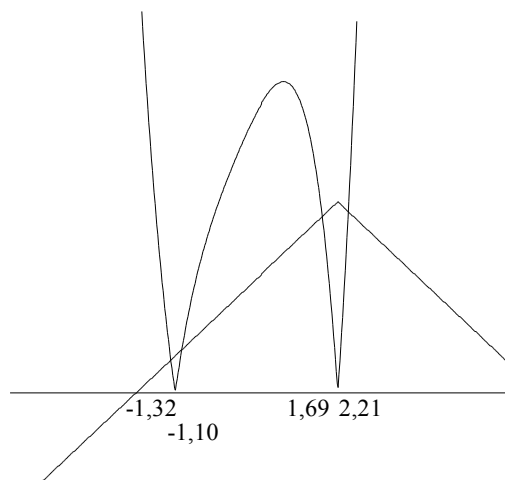
- b. $-0,5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 8 \geq x + 7 \iff$
 $-0,5x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 1 \geq 0$
 Voer in : $y_1 = -0,5x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 1$ en
 neem b.v. het window $[-5,5] \times [-6,6]$
 Met de optie zero vinden we :
 $x \approx -0,52 \vee x \approx 0,45 \vee x \approx 2,29 \vee x \approx 3,78$
 Schets en vervolgens aflezen geeft :
 $-0,52 \leq x \leq 0,45 \vee 2,29 \leq x \leq 3,78$



- c. $|x^3 - 10x| \leq 2x + 8$
 Voer in : $y_1 = |x^3 - 10x|$ en $y_2 = 2x + 8$
 en neem b.v. het window $[-5,5] X [-10, 20]$
 Met de optie intersect vinden we de snijpunten \Rightarrow
 $x \approx -3,24 \vee x \approx -3,06 \vee x \approx -0,69 \vee x \approx 1,24 \vee$
 $x = 2 \vee x \approx 3,76$
 Schets en vervolgens aflezen geeft :
 $-3,24 \leq x \leq -3,06 \vee -0,69 \leq x \leq 1,24 \vee$
 $2 \leq x \leq 3,76$



- d. $|x^4 + x^2 - 5x - 10| \leq 8 - |2x - 4|$
 Voer in : $y_1 = |x^4 + x^2 - 5x - 10|$ en $y_2 = 8 - |2x - 4|$
 en neem b.v. het window $[-3,5] X [-5, 15]$
 Met de optie intersect vinden we de snijpunten \Rightarrow
 $x \approx -1,32 \vee x \approx -1,10 \vee x \approx 1,69 \vee x \approx 2,21$
 Schets en vervolgens aflezen geeft :
 $-1,32 \leq x \leq -1,10 \vee 1,69 \leq x \leq 2,21$



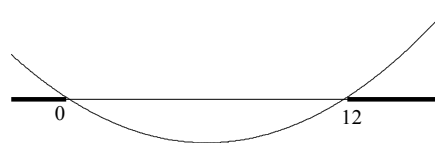
70. Gegeven : $x^2 + px + p = 0$

a. $D = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot p = p^2 - 4p$

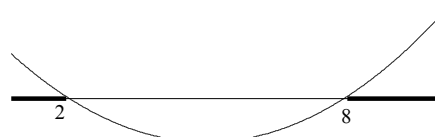
b. Dan moet gelden : $p^2 - 4p > 0$.

71.

- a. $x^2 + px + 3p = 0$ 2 oplossingen $\Rightarrow D > 0 \square$
 $p^2 - 4 \cdot 3p > 0 \square p^2 - 12p > 0$
 Nulpunten : $p^2 - 12p = 0 \square p(p - 12) = 0 \square$
 $p = 0 \vee p = 12$
 Schets en aflezen \Rightarrow
 $p < 0 \vee p > 12$



- b. Gegeven: $px^2 + (p - 4)x + 0,5 = 0$
 2 oplossingen $\Rightarrow D > 0 \Rightarrow$
 $(p - 4)^2 - 4 \cdot p \cdot 0,5 > 0 \square$
 $p^2 - 8p + 16 - 2p > 0 \square$
 $p^2 - 10p + 16 > 0$



$$\text{Nulpunten : } p^2 - 10p + 16 = 0 \quad \square \quad (p - 8)(p - 2) = 0$$

$$\square p = 8 \vee p = 2$$

Schets en aflezen geeft :

$p < 2 \vee p > 8$ Apart : Als $p = 0$ dan is er een eerstegraadsvergelijking $\Rightarrow p = 0$ doet dus niet mee. $\Rightarrow p < 2 \vee p > 8 \wedge p \neq 0$.

c. $px^2 + (p - 3)x = 4 \quad \square \quad px^2 + (p - 3)x - 4 = 0$

Geen oplossingen als $D < 0 \Rightarrow$

$$(p - 3)^2 - 4 \cdot p \cdot (-4) < 0 \quad \square$$

$$p^2 - 6p + 9 + 16p < 0 \quad \square \quad p^2 + 10p + 9 < 0$$

$$\text{Nulpunten : } p^2 + 10p + 9 = 0 \quad \square \quad (p + 9)(p + 1) = 0$$

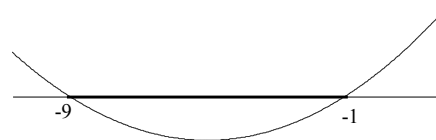
$$\square p = -9 \vee p = -1$$

Schets en aflezen geeft : $-9 < p < -1$

Als $p = 0$ dan is er een eerstegraadsvergelijking $\Rightarrow p = 0$

doet dus niet mee. \Rightarrow

$$-9 < p < -1 \quad \wedge \quad p \neq 0.$$



72a. Vergelijking $x^2 + (p^2 - 2)x + 12,25 = 0 \Rightarrow$

$$2 \text{ oplossingen} \Rightarrow D > 0 \quad \square \quad (p^2 - 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12,25 > 0$$

$$\square (p^2 - 2)^2 - 49 > 0 \Rightarrow \text{Nulpunten :}$$

$$(p^2 - 2)^2 - 49 = 0 \quad \square \quad (p^2 - 2)^2 = 49 \quad \square$$

$$p^2 - 2 = 7 \vee p^2 - 2 = -7 \quad \square$$

$$p^2 = 9 \vee p^2 = -5 \text{ (k.n.)} \quad \square$$

$$p = 3 \vee p = -3$$

Schets en aflezen geeft :

$$p < -3 \vee p > 3$$



b. $px^3 + p^2x^2 - 16x = 0 \quad \square$

$$x(px^2 + p^2x - 16) = 0$$

3 oplossingen \Rightarrow De 1e oplossing is $x = 0$ die al buiten haakjes gehaald is.

Nu moet dus verder de 2e factor 2 oplossingen geven \Rightarrow

$$px^2 + p^2x - 16 = 0 \quad 2 \text{ oplossingen} \Rightarrow D > 0 \quad \square$$

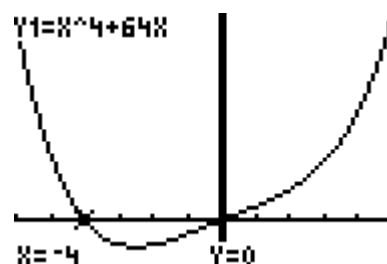
$$p^4 - 4p \cdot (-16) > 0 \quad \square \quad p^4 + 64p > 0$$

$$\text{Nulpunten} \Rightarrow p^4 + 64p = 0 \quad \square$$

$$p(p^3 + 64) = 0 \quad \square \quad p = 0 \vee p^3 = -64 \quad \square$$

$$p = 0 \vee p = -4$$

Uit de schets lezen we af : $p < -4 \vee p > 0$



c. $px^3 + 2px^2 - 3x^2 + 0,25x = 0$ moet 1 oplossing geven.

De zekere oplossing krijg je door x buiten haakjes te halen .

$x = 0$ is dan zeker een oplossing. \Rightarrow

$$x(px^2 + 2px - 3x + 0,25) = 0 \quad \square \quad x = 0 \vee$$

$px^2 + 2px - 3x + 0,25 = 0$ Deze laatste moet dus geen oplossing krijgen. \Rightarrow

$$D < 0 \Rightarrow$$

$$a = p ; b = 2p - 3 \text{ en } c = 0,25 \Rightarrow D < 0 \quad \square$$

$$(2p - 3)^2 - 4 \cdot p \cdot 0,25 < 0 \quad \square \quad 4p^2 - 13p + 9 < 0$$



Nulpunten : \Rightarrow